Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
Section de Mathématiques

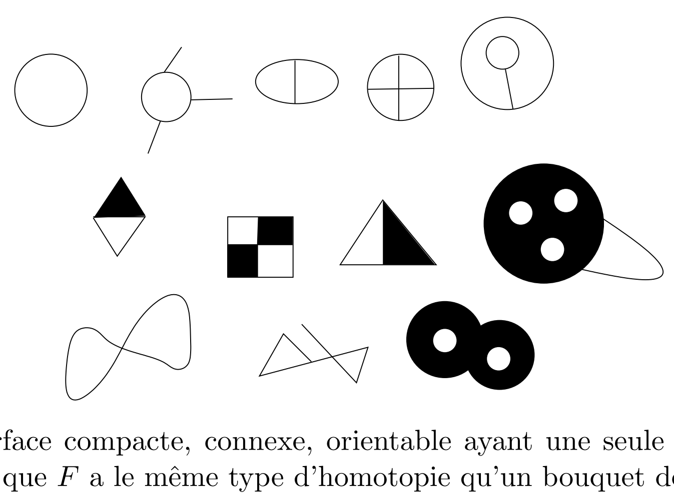
Dr Paul Turner

Théorie des Nœuds: Série 9

13.11.2009

---

1. Sans démonstration formelle, essayer de comprendre au niveau intuitif les descriptions des groupes fondamentaux suivants. Dans tous les cas le point x peut être n'importe quel point dans l'espace donné.
   (a) Pour X la sphère S^2, $\pi_1(X, x)$ est trivial.
   (b) Pour X un cylindre, $\pi_1(X, x) \cong \mathbb{Z}$.
   (c) Pour X le ruban de Möbius, $\pi_1(X, x) \cong \mathbb{Z}$.
   (d) Pour X un tore, $\pi_1(X, x) \cong \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$.
   (e) Pour X le plan projectif, $\pi_1(X, x) \cong \mathbb{Z}/2$.
   (f) Pour $X = \mathbb{R}^3 \setminus \{(y_1, y_2, 0) \in \mathbb{R}^3 \mid y_1^2 + y_2^2 = 1\}$, $\pi_1(X, x) \cong \mathbb{Z}$.
2. En trouvant des applications explicites montrer que X et Y ont le même type d'homotopie.
   (a) $X = S^1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\}$ et $Y = S^1 \cup \{(x, 0) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x \leq 2\}$
   (b) $X = S^1 \times [0, 1]$ et $Y = S^1$
   (c) $X = \mathbb{R}^m \setminus \{\underline{0}\}$ et $Y = S^{m-1} = \{\underline{x} \in \mathbb{R}^m \mid \|\underline{x}\| = 1\}$
3. Classer les sous-espaces de $\mathbb{R}^2$ suivants par type d'homotopie.



4. Soit F une surface compacte, connexe, orientable ayant une seule composante du bord. Montrer que F a le même type d'homotopie qu'un bouquet de cercles.