Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
Section de Mathématiques

Dr Paul Turner

Théorie des Nœuds: Série 11

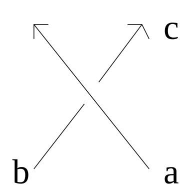
27.11.2009

---

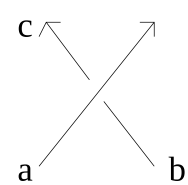
1. Montrer que le groupe du nœud torique $T(2,5)$ est isomorphe à $\langle x, y : x^2 = y^5 \rangle$. Est-ce qu'on peut généraliser pour $T(2, 2N+1)$?

2. Soit M_g^1 la surface orientable standard ayant une composante du bord. Calculer $H_1(M_g^1)$ et faire un dessin pour montrer les générateurs.

3. (a) Soit G un groupe fini. Soit K un nœud orienté et D un diagramme pour K. Un *G-coloriage* de D est une fonction de l'ensemble d'arcs de D dans G pour laquelle à chaque croisement on a les relations suivantes



$aba^{-1}c^{-1}=1$



$ac^{-1}a^{-1}b=1$

Soit $T_G(D)$ le nombre de G-coloriages de D. Montrer que $T_G(D)$ est un invariant de nœud.

(b) Montrer que tous les éléments de G utilisés dans un G-coloriage (d'un nœud) sont conjugués.

(c) Soit G, K et D comme ci-dessus. Soit C une classe de conjugaison dans G. Grâce à (b) on peut définir $T_{G,C}(D)$ par

$$T_{G,C}(D) = \text{nombre de } G\text{-coloriages n'utilisant que des éléments dans la classe } C$$

C'est une conséquence de (a) et (b) que $T_{G,C}(D)$ est un invariant de nœud. Examiner le cas $G = S_3$ et $C =$ la classe de la transposition (12). Faire le lien entre cela et le nombre de 3-coloriage.