

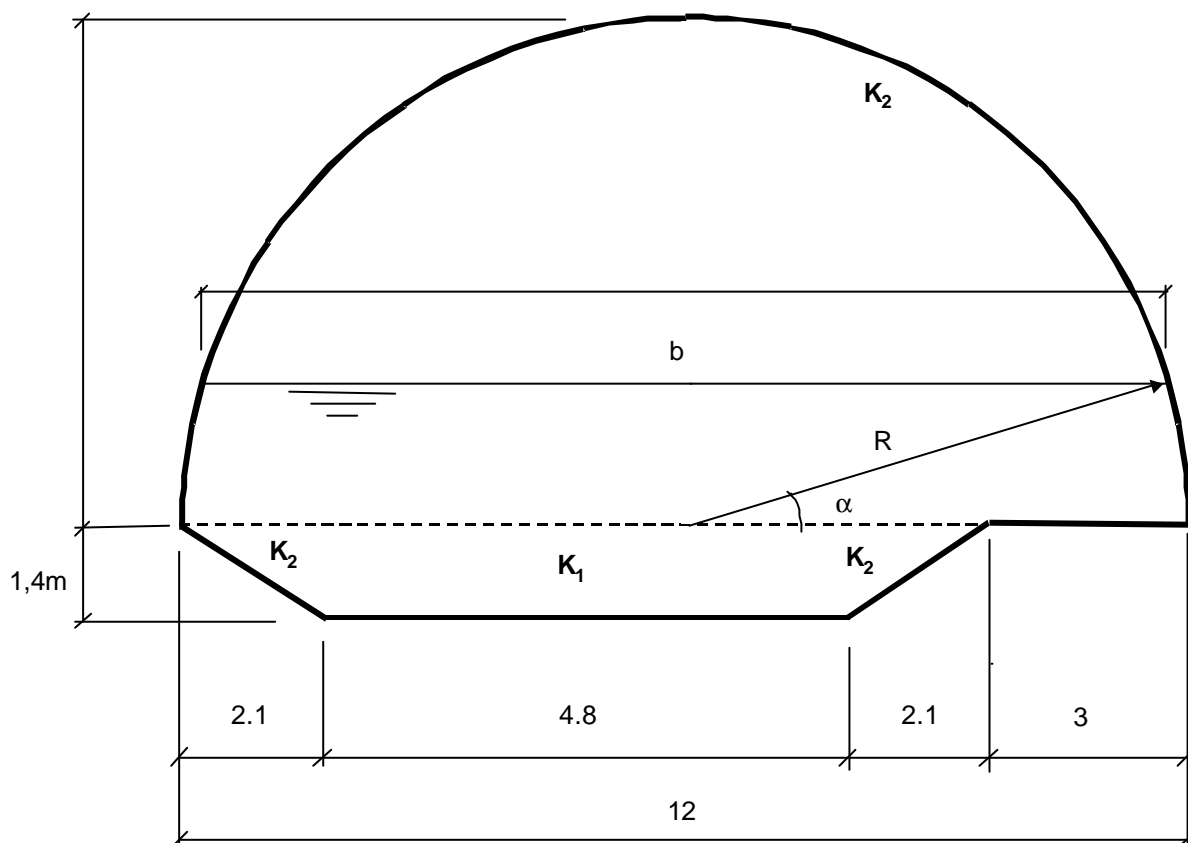
EXERCICE 2

Section composée

Un voûtage ou ponceau doit être réalisé pour permettre le passage de l'écoulement sous une route cantonale. Les conditions d'approche sont telles que la hauteur d'eau peut être considérée comme uniforme sur toute la longueur de l'ouvrage. Afin d'éviter la mise en charge de cette galerie, celle-ci est dimensionnée avec un taux de remplissage correspondant au 85% de la surface libre du voûtage.

Question 1: Etablir la relation hauteur-débit de ce voûtage tel que représenté sur le croquis ci-dessous.

Question 2: Déterminer le débit de dimensionnement.



Données :

$$K_1 = 20\text{m}^{1/3}/\text{s}$$

$$K_2 = 45\text{m}^{1/3}/\text{s}$$

$$J_s = 1\%$$

$$S = \frac{D^2}{4} [a + \sin(a) \cdot \cos(a)]$$

$$b = D \cos a$$

Réponse1: Lorsque la hauteur d'eau h , est inférieure à 1,4m la section se compose de deux sous sections triangulaires et d'une section rectangulaire avec un coefficient de rugosité équivalent $K_{\text{éq}}$. Lorsque la hauteur de l'écoulement est supérieure à 1,4m, la section se compose d'une base de section trapézoïdale et d'une partie semi-circulaire Ce coefficient de rugosité équivalent peut être exprimé par:

$$K_{\text{éq}} = P^{2/3} \cdot \left[\sum_{i=1}^N \frac{P_i}{K_i^{3/2}} \right]^{-2/3}$$

Cette formulation se base sur l'hypothèse que la vitesse V_i de chaque sous section A_i est identique et égale à la vitesse moyenne V de l'écoulement. Pour un écoulement uniforme, la vitesse moyenne est obtenue par la formule de Manning-Strickler.

$$V = K \cdot J_f^{1/2} \cdot \left(\frac{S}{P} \right)^{2/3} = K_1 \cdot J_f^{1/2} \cdot \left(\frac{S_1}{P_1} \right)^{2/3} = \dots = K_N \cdot J_f^{1/2} \cdot \left(\frac{S_N}{P_N} \right)^{2/3}$$

En posant $J_f = J_s$

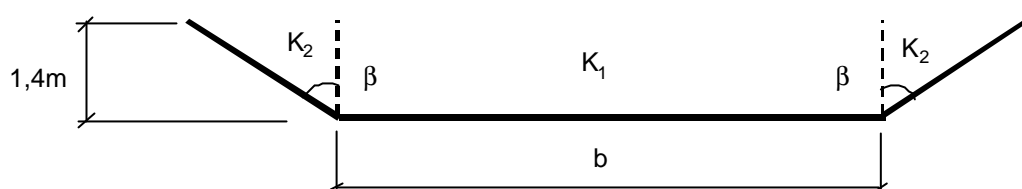
$$\text{L'équation ci-dessus donne: } S_1 = \left(\frac{K}{K_1} \right)^{3/2} \cdot P_1 \cdot \left(\frac{S}{P} \right)$$

La surface totale S de la section vaut:

$$S = S_1 + S_2 + \dots + S_N \Rightarrow S = \sum_{i=1}^N \left(\frac{K}{K_i} \right)^{3/2} \cdot P_i \cdot \left(\frac{S}{P} \right) \text{ D'où:}$$

$$\Rightarrow K = P^{2/3} \cdot \left[\sum_{i=1}^N \frac{P_i}{K_i^{3/2}} \right]^{-2/3} \text{ c.q.f.d.}$$

Pour $h < 1,4\text{m}$, la section composée est représentée ci-dessous:



Le périmètre mouillé de la sous section 1 vaut: $P_{k_1} = b$

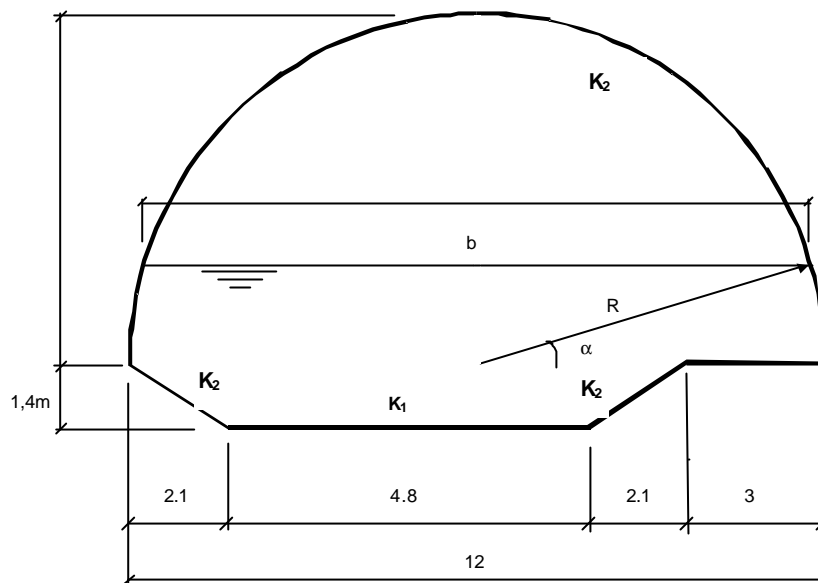
Le périmètre mouillé de la sous section 2 vaut: $P_{k_2} = 2 \frac{h}{\cos \beta}$

L'évolution du coefficient de rugosité équivalent pour la section composée décrite ci-dessus est résumée dans le tableau 1.

h (m)	P_{k_1} (m)	P_{k_2} (m)	K ($\text{m}^{1/3}/\text{s}$)
0.0	4.8	0.0	20
0.7	4.8	2.52	24
1.4	4.8	5.05	27

Tab. 1 : Evolution du coefficient de rugosité équivalent de la cunette

Pour $h > 1,4\text{m}$, la section composée est représentée sur le schéma suivant:



Le périmètre mouillé correspondant à la rigole est :

$$P_r = b + 2 \frac{h}{\cos \alpha} = 9.8 \text{ m pour } h \geq 1.4 \text{ m}$$

Le périmètre mouillé correspondant au voûtage demi-circulaire (sans la rigole) est :

$$P_c = 3 + 2R \cdot \alpha$$

Le périmètre de toute la section est donc :

$$P = P_r + P_c \text{ avec une rugosité équivalente : } K_{\text{éq}}$$

L'évolution du coefficient de rugosité équivalent et du taux de remplissage de la section composée décrite ci-dessus est résumée dans le tableau 2.

h (m)	α (rad)	P_c (m)	P (m)	$K_{\text{éq}}$ ($\text{m}^{1/3}/\text{s}$)
1.5	0.02	3.2	13.0	30
2.0	0.10	4.2	14.0	30
2.5	0.18	5.2	15.1	31
3.0	0.27	6.2	16.1	31
3.5	0.36	7.3	17.1	32
4.0	0.45	8.4	18.2	33
4.5	0.54	9.5	19.4	33
5.0	0.64	10.7	20.6	34
5.5	0.75	12.0	21.9	34
6.0	0.87	13.5	23.3	35
6.5	1.02	15.2	25.0	35
7.0	1.20	17.4	27.3	36
7.4	1.57	21.8	31.7	37

Tab.2 : Résultats du calcul de la rugosité équivalente dans le voûtage

Finalement, pour obtenir la courbe hauteur-débit de la section composée, il faut encore déterminer la section mouillée du voûtage formé par la section de la rigole (indice r) et par la section semi-circulaire (indice c).

Le débit est alors obtenu par:

$$Q = S \cdot K_{\acute{e}q} \cdot J_s^{1/2} \left(\frac{S}{P} \right)^{2/3} \text{ avec } S \text{ et } P \text{ les surfaces et périmètres mouillés de toute la section.}$$

Les résultats des calculs sont présentés dans le tableau 3 et la relation hauteur-débit sur la figure 1.

h (m)	α (rad)	$K_{\acute{e}q}$ ($m^{1/3}/s$)	S_r (m^2)	S_c (m^2)	S (m)	P (m)	Q (m^3/s)
0.0	-	20	0.0	0.0	0.0	4.8	0.0
0.7	-	24	4.1	0.0	4.1	7.3	6.7
1.4	-	27	9.7	0.0	9.7	9.8	25.7
1.5	0.02	30	9.7	1.2	10.9	13.0	28.5
2.0	0.10	30	9.7	7.2	16.8	14.0	57.6
2.5	0.18	31	9.7	13.1	22.8	15.1	92.8
3.0	0.27	31	9.7	19.0	28.6	16.1	132.4
3.5	0.36	32	9.7	24.7	34.3	17.1	174.8
4.0	0.45	33	9.7	30.2	39.9	18.2	218.5
4.5	0.54	33	9.7	35.5	45.1	19.4	262.2
5.0	0.64	34	9.7	40.4	50.1	20.6	304.2
5.5	0.75	34	9.7	45.0	54.7	21.9	342.9
6.0	0.87	35	9.7	49.2	58.8	23.3	376.2
6.5	1.02	35	9.7	52.7	62.4	25.0	401.4
7.0	1.20	36	9.7	55.4	65.1	27.3	413.9
7.4	1.57	37	9.7	56.5	66.2	31.7	396.7

Tab.3 : Résultats du calcul du débit dans le voûtage

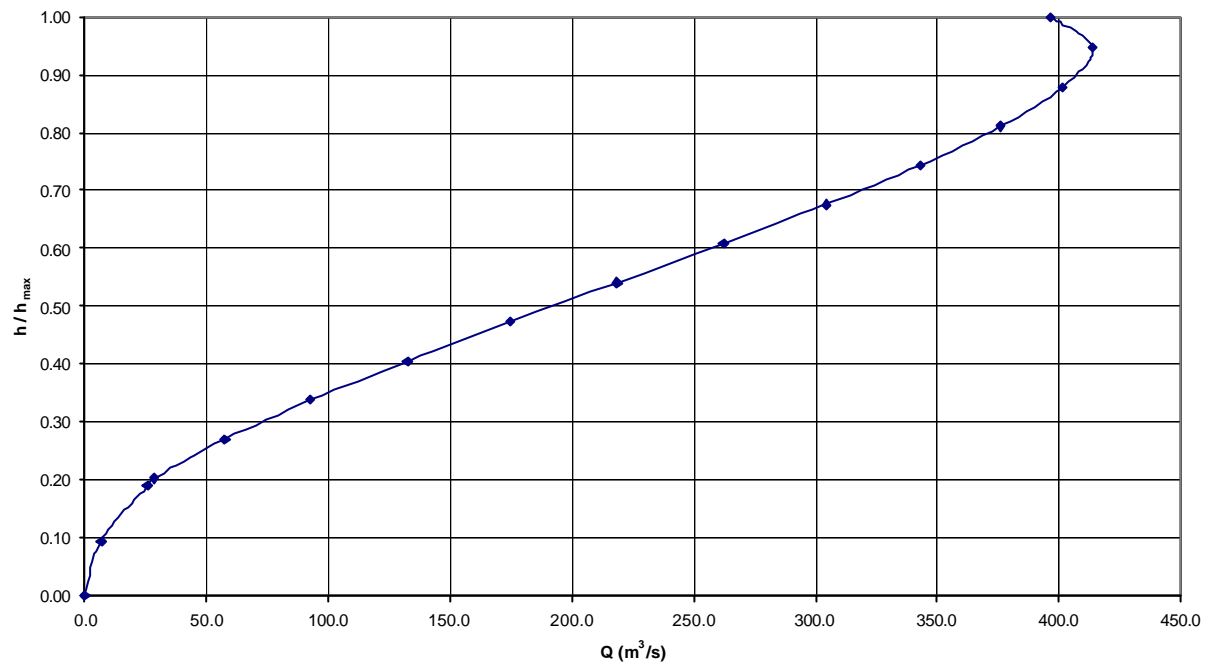


Fig. 1 : Relation hauteur-débit h/h_{max} - Q de la section composée

Réponse 2 : Le taux de remplissage à 85% correspond à une surface mouillée de $56.3 m^2$ et à une hauteur de remplissage de 5.7 m. Le débit de dimensionnement correspondant est :

$$Q_{dim} = 355.5 m^3/s$$