ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

10 octobre 2008

cours de la semaine # 4

Bienvenue au

EPFL - LABORATOIRE D'ASTROPHYSIQUE

Cours de physique générale

Physique I pour étudiants de première année en section de mathématiques

Prof. Georges Meylan

Laboratoire d'astrophysique

Site web du laboratoire et du cours :

http://lastro.epfl.ch

Oscillateurs harmoniques

- Modèle valable, en première approximation, pour tout phénomène oscillatoire ou vibratoire (petits mouvements périodiques autour d'une position d'équilibre stable)

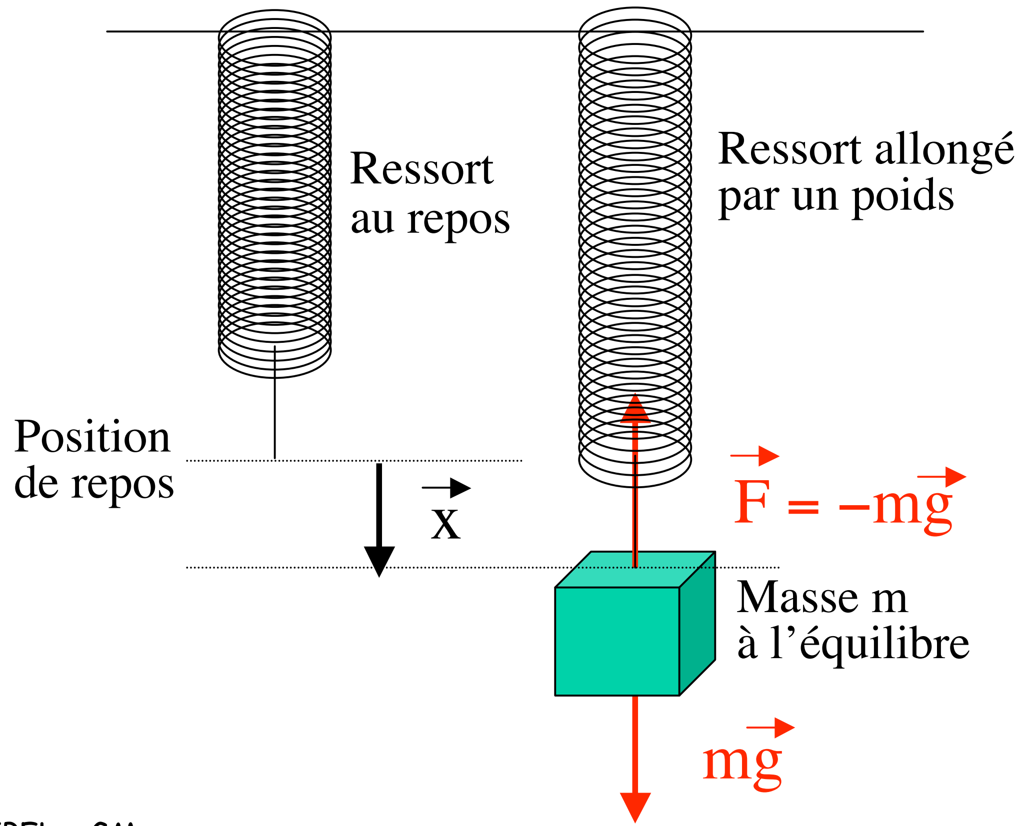
- Exemples:
  - masse pendue à un ressort Démo : Pendule à ressort # 106
  - pendule simple Démo : Pendule simple # 483
  - pendule de torsion Démo : Oscillations amorties (pendule de torsion) # 47
  - résonateurs à quartz (montres)
  - circuits électriques RLC
  - vibrations (corde de guitare, aile d'avion, pudding, ...)
  - oscillations du champ électromagnétique (lumière, ...)
  - etc ...

Note : un système physique avec un <u>mouvement périodique très régulier</u> représente notre <u>meilleure horloge</u>
$\Rightarrow$ <u>possibilité de mesure du temps en comptant le nombre de périodes</u>

Modélisation de la force d'un ressort

- La force exercée par un ressort est proportionnelle à son déplacement (élongation ou compression) par rapport à sa position de repos

Démo : Loi de Hooke avec ressort # 124



- Force de rappel :

$$\boxed{\vec{F} = -k\,\vec{x}}$$

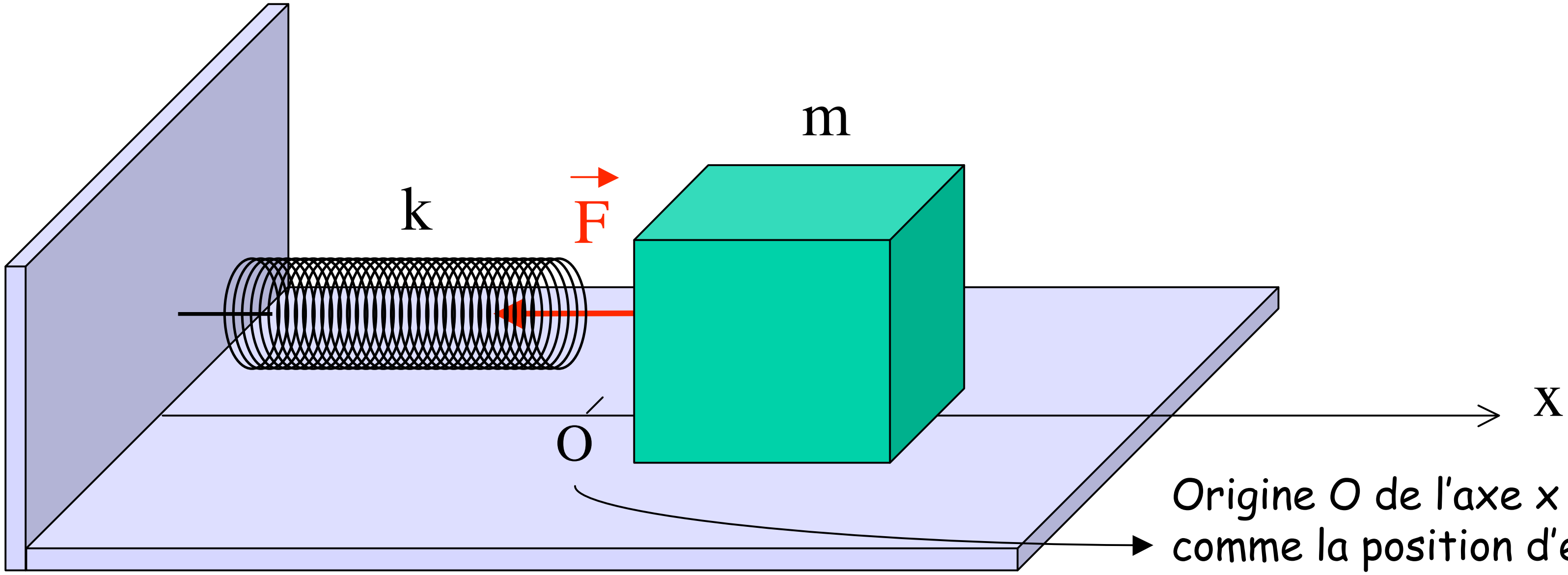
Loi de Hooke

k = constante élastique du ressort

Note :
ce modèle n'est valable que pour les petits allongements

Oscillateur harmonique à une dimension

(cas idéal, sans frottement)



Origine O de l'axe x définie comme la position d'équilibre (position où F = 0)

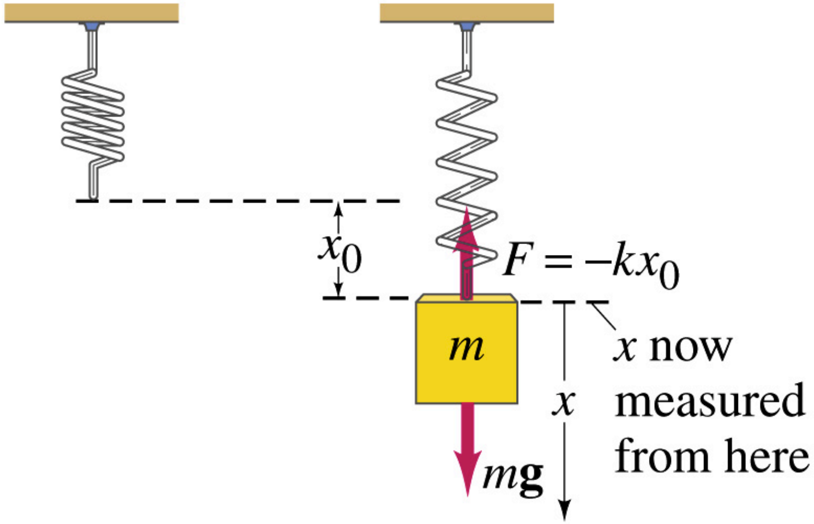
- Loi de Hooke : $F = -kx$
- 2ème loi de Newton : $F = ma$

$$\boxed{m\ddot{x} = -kx}$$

équation différentielle

But : connaissant k, m et les conditions initiales (x_0 et v_0 à $t=0$), déterminer $x(t)$ pour tout $t > 0$

Mouvement harmonique simple



Déterminons x(t) pour tout t > 0

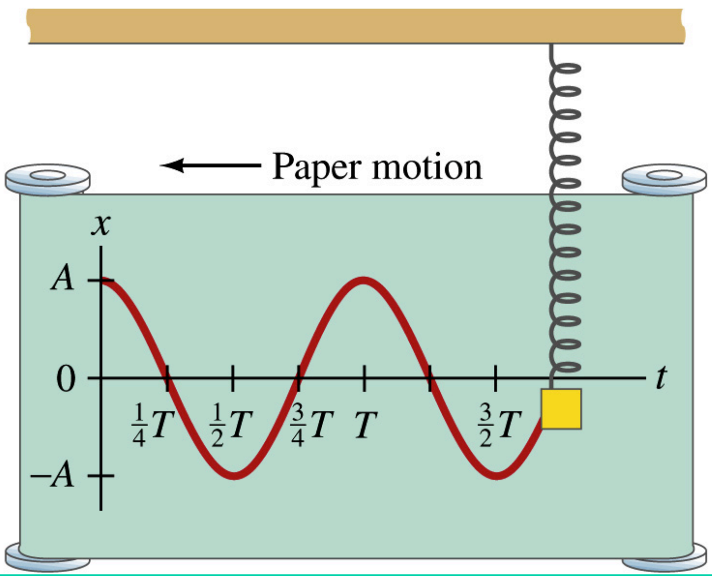
Utilisant la 2e loi de Newton on a :

$$ma = \sum F$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

où m est la masse oscillante. Avec un peu de réarrangement, on obtient :

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0}$$ équation du mvt



Courbe sinusoïdale $\Rightarrow$ une solution générale est de la forme :

$$\boxed{x = A\cos(\omega t + \phi)}$$

où ϕ = cte pour être dans le cas général

$\boxed{\textit{une autre solution } x = \cos\omega t + b\sin\omega t \textit{ est équivalente car } \cos(A \pm B) = \cos A\cos B \mp \sin A\sin B}$

Mouvement harmonique simple

On met la solution dans l'équation du mvt afin de voir si elle la satisfait.
En dérivant deux fois la solution on obtient :

$$\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}[A\cos(\omega t + \phi)] = -\omega A \sin(\omega t + \phi)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi)$$

En remplaçant dans l'équation du mvt, on obtient :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

$$-\omega^2 A\cos(\omega t + \phi) + \frac{k}{m}A\cos(\omega t + \phi) = 0$$

$$(\frac{k}{m} - \omega^2)A\cos(\omega t + \phi) = 0$$

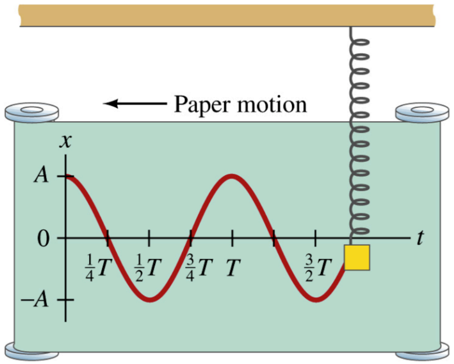
La solution satisfait l'équation du mvt pour autant que :

$$\frac{k}{m} - \omega^2 = 0 \quad i.e. \quad \omega^2 = \frac{k}{m}$$

Mouvement harmonique simple

L'équation $\boxed{x = A\cos(\omega t + \phi)}$ est solution générale de l'équation du mvt ; Elle contient deux ctes arbitraires A et ϕ. Dans les situations réelles, i.e., physiques, ces 2 ctes sont déterminées par les conditions initiales.

Supposons que la masse au départ est à son maximum de déplacement :



dans ce cas, $x = A\cos(\omega t)$ ce qui est confirmé car ayant v = 0 à t = 0 on obtient :

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}[A\cos(\omega t + \phi)] = -\omega A \sin(\omega t + \phi) = 0$$

Pour avoir v = 0 à t = 0 , il faut avoir :

$$\sin(\omega t + \phi) = \sin(0 + \phi) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \phi = 0\ (ou\ \pi, 2\pi, ...)$$

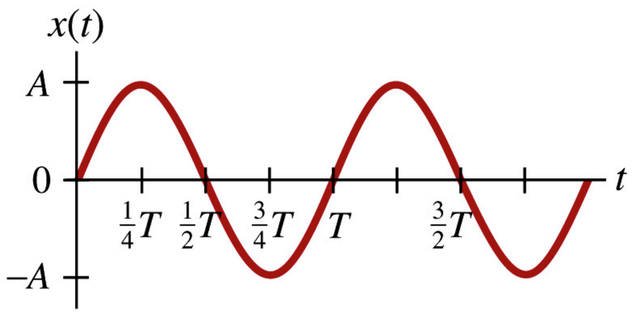
Il suit que la cte A correspond à l'amplitude du mvt, déterminée initialement par le déplacement induit sur la masse m avant de la libérer.

Mouvement harmonique simple

Un autre cas intéressant est celui où la masse m est à x = 0 à t = 0 , et reçoit une vitesse initiale vers des valeurs de x croissantes. A t = 0 x = 0 ce qui nous permet d'écrire :

$$x = A\cos(\omega t + \phi) = A\cos(\phi) = 0$$

ce qui n'est possible que si : $\phi = \pm\frac{\pi}{2}$



Le fait d'avoir $\phi = +\frac{\pi}{2}$ ou $\phi = -\frac{\pi}{2}$ est déterminé par :

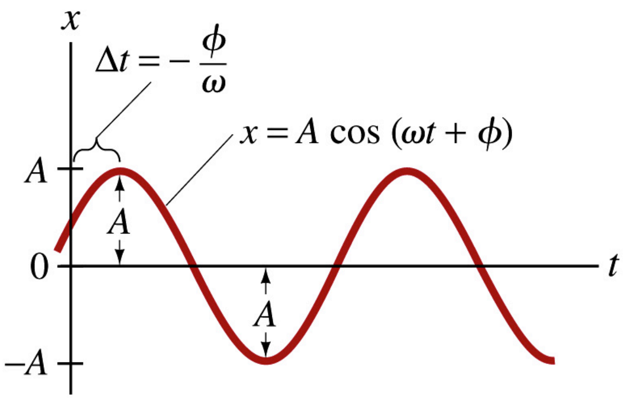
$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A\sin(\omega t + \phi) = -\omega A\sin(\phi)$$

qui est donnée comme une quantité positive puisque v > 0 à t = 0 . D'où $\phi = -\frac{\pi}{2}$ i.e. $\sin(90^{\circ}) = -1$

et la solution dans ce cas est donnée par : $x = A\cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) = A\sin(\omega t)$ où on utilise que $\sin(\theta - \frac{\pi}{2}) = \sin(\theta)$ et la solution est une pure sinusoïde d'amplitude A.

Mouvement harmonique simple

Tous les cas intermédiaires sont possibles (voir l'exemple de la figure).



- La cte ϕ est appelée angle de phase et indique combien de temps avant ou après t = 0 le pic d'amplitude x = A a été atteint.
- La valeur de ϕ n'influence pas la forme de de la courbe x(t), mais affecte seulement le déplacement au temps arbitraire t = 0.

Comme la masse oscillante répète son mouvement après un temps égal à sa période T, cette masse doit être à la même position et se déplacer dans la même direction à t = T qu'à t = 0. Et comme toute fonction sinus et cosinus se répète après chaque 2π radians, de $\boxed{x = A\cos(\omega t + \phi)}$ on doit avoir : $\omega T = 2\pi$ d'où $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ où f est la fréquence du mvt.

On appelle ω la fréquence angulaire [rad/s] $\neq$ f la fréquence [s^{-1} = Hz].

Mouvement harmonique simple

On peut écrire $\boxed{x = A\cos(\omega t + \phi)}$ sous la forme : $x = A\cos(\frac{2\pi t}{T} + \phi)$

$$= A\cos(2\pi f t + \phi)$$

où grâce à l'équation $\omega^2 = \frac{k}{m}$ on a :

$$\boxed{\begin{gathered} f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \\ T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \end{gathered}}$$

plus la masse est grande, plus la fréquence est petite

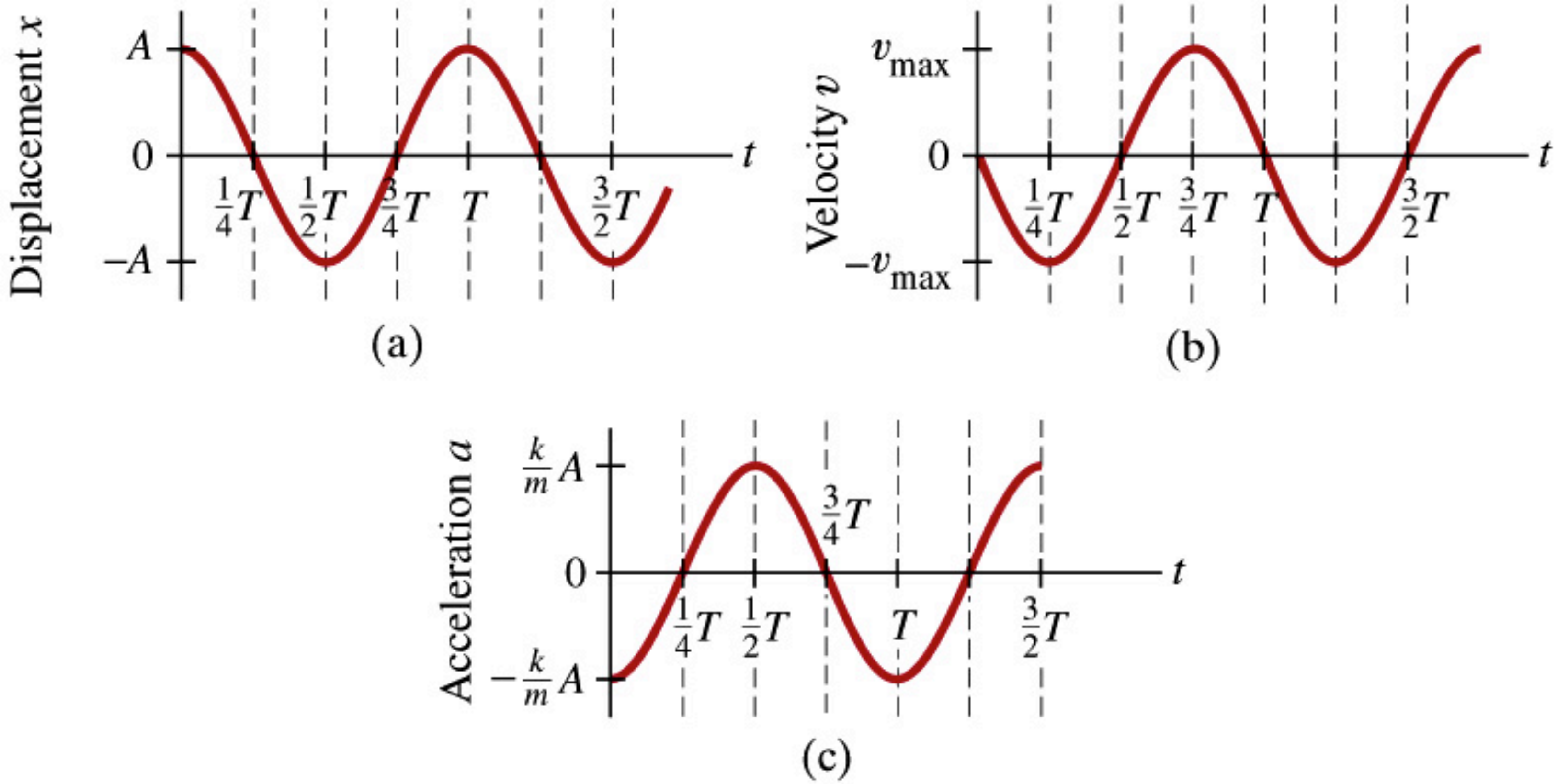
f = fréquence naturelle, i.e., $\Sigma F_{ext} = 0$

Remarque 1 : La fréquence et la période ne dépendent pas de l'amplitude.

Remarque 2 : L'oscillateur harmonique simple est important en physique car chaque fois que l'on a une force de rappel proportionnelle au déplacement, i.e., $F = -k\,x$ alors le mvt est harmonique simple, i.e., sinusoïdal.

Mouvement harmonique simple

(a) déplacement x , (b) vitesse dx/dt , (c) accélération d^2x/dt^2
dans le cas d'un oscillateur harmonique simple



Résolution numérique

$$m\ddot{x} = -kx$$

- Pour fixer les idées :
  - $m = 1$ kg, $k = 1$ N/m $= 1$ kg/s^2,
  - conditions initiales : $x(0) = 1$ m, $v(0) = 0$ m/s
  - $\Rightarrow$ $a(0) = F(0)/m = -k\, x(0)/m = -1$ m/s^2

- Récurrence:
  - accroissement de v entre t et t+Δt:
    $\underline{\Delta v = a(t)\,\Delta t}$ car $a(t) = dv(t)/dt$
    $\Rightarrow$ $v(t+\Delta t) = v(t) + a(t)\,\Delta t$
  - accroissement de x entre t et t+Δt:
    $\underline{\Delta x = v(t)\,\Delta t}$ car $v(t) = dx(t)/dt$
    $\Rightarrow$ $x(t+\Delta t) = x(t) + v(t)\,\Delta t$

- On choisit Δt très petit (Δt = 0.001 s dans notre exemple), et on itère un grand nombre de fois.

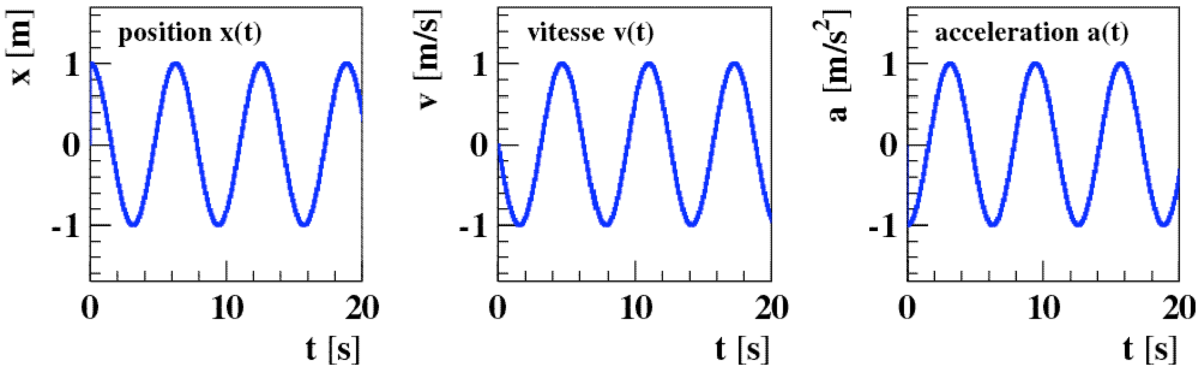
Algorithme pour ordinateur :

```
      M=1
      K=1
      T=0
      X=1
      V=0
      DT=0.001
    1 F=-K*X
      A=F/M
      V=V+A*DT
      X=X+V*DT
      T=T+DT
      PRINT *,T,X,V,A
      GOTO 1
```

« Output » de l'ordinateur …

T	X	V	A
0.0	1.000	0.000	-1.000
0.5	0.877	-0.479	-0.877
1.0	0.540	-0.841	-0.540
1.5	0.070	-0.997	-0.070
2.0	-0.417	-0.909	0.417
2.5	-0.801	-0.598	0.801
3.0	-0.990	-0.141	0.990
3.5	-0.936	0.351	0.936
4.0	-0.653	0.757	0.653
4.5	-0.210	0.978	0.210
5.0	0.284	0.959	-0.284
5.5	0.709	0.706	-0.709
6.0	0.960	0.279	-0.960
6.5	0.976	-0.215	-0.976
7.0	0.754	-0.657	-0.754
7.5	0.346	-0.938	-0.346
8.0	-0.146	-0.989	0.146
8.5	-0.602	-0.798	0.602
9.0	-0.911	-0.412	0.911
9.5	-0.997	0.075	0.997
10.0	-0.839	0.544	0.839
10.5	-0.475	0.880	0.475
11.0	0.005	1.000	-0.005
11.5	0.484	0.875	-0.484
12.0	0.844	0.537	-0.844
12.5	0.998	0.066	-0.998
13.0	0.907	-0.420	-0.907
13.5	0.595	-0.804	-0.595
14.0	0.136	-0.991	-0.136
14.5	-0.355	-0.935	0.355
15.0	-0.760	-0.650	0.760
15.5	-0.979	-0.206	0.979
16.0	-0.958	0.288	0.958
16.5	-0.702	0.712	0.702
17.0	-0.275	0.961	0.275
17.5	0.220	0.976	-0.220
18.0	0.661	0.751	-0.661
18.5	0.940	0.342	-0.940
19.0	0.989	-0.150	-0.989
19.5	0.796	-0.606	-0.796
20.0	0.408	-0.913	-0.408

… duquel on fait les graphes suivants:



NB: $a = dv/dt = 0 \Leftrightarrow$ v est max ou min

On reconnaît le cosinus !

Vérification analytique de la solution :

- On pose : $x(t) = \cos(\omega_0 t)$ $\Rightarrow$ $x(0)=1$ √
- $v(t) = dx/dt = -\,\omega_0 \sin(\omega_0 t)$ $\Rightarrow$ $v(0)=0$ √
- $a(t) = dv/dt = -\,\omega_0^2 \cos(\omega_0 t)$

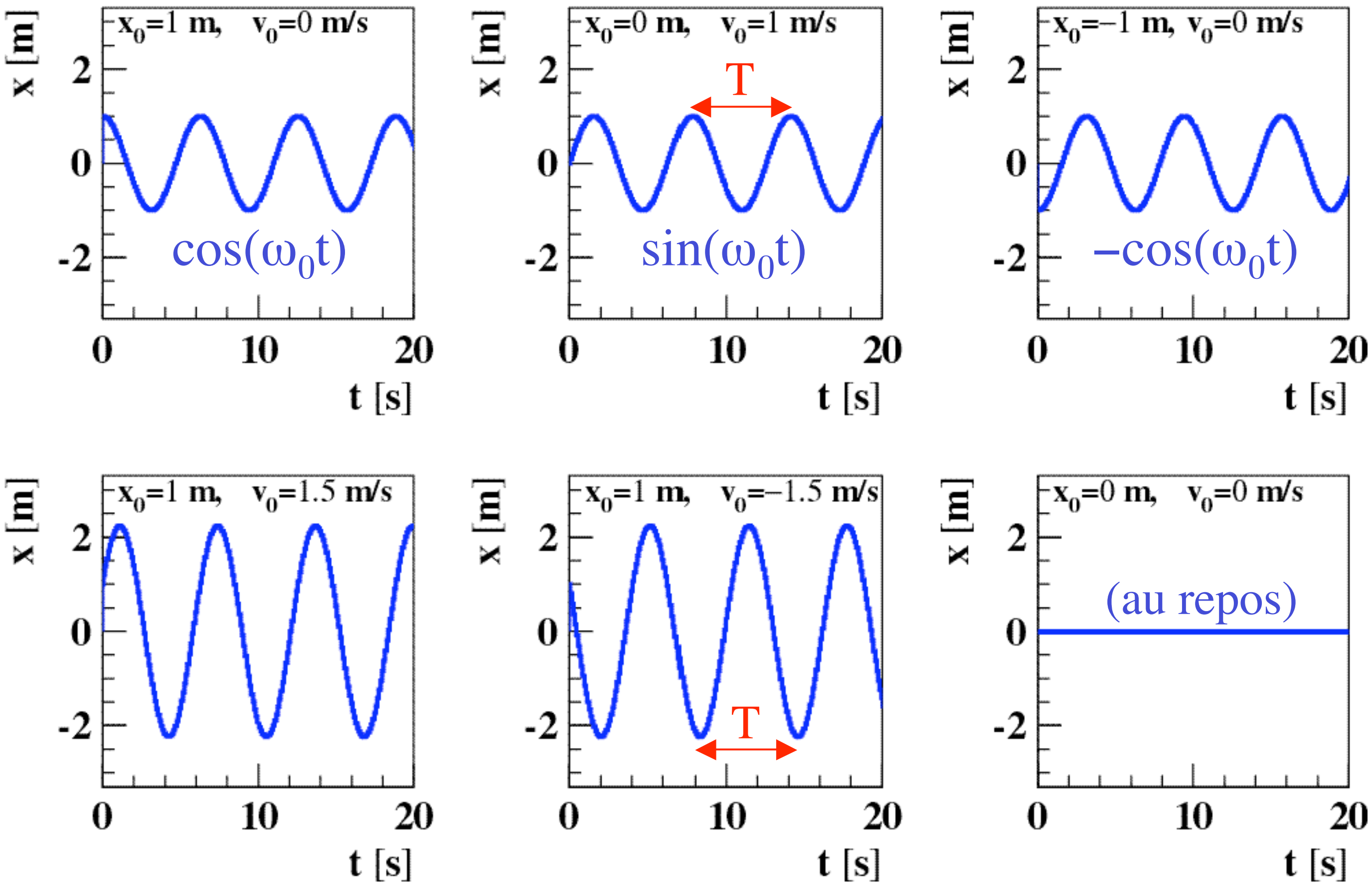
- Comme $a(t) = -\,k/m\; x(t)$, on doit avoir :

$$\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}}$$

Pulsation propre de l'oscillateur libre

= **1 s^{-1} dans notre exemple**

Solution générale et dépendance par rapport aux conditions initiales



Note:
l'amplitude et la phase des oscillations (mais pas ω_0) dépendent des conditions initiales.

Période

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega_0}}$$

Fréquence

$$\boxed{\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi}}$$

Solution générale de $\underline{\ddot{x} + \omega_0{}^2 x = 0}$:

$x(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$ ou bien $x(t) = C\sin(\omega_0 t + \phi)$

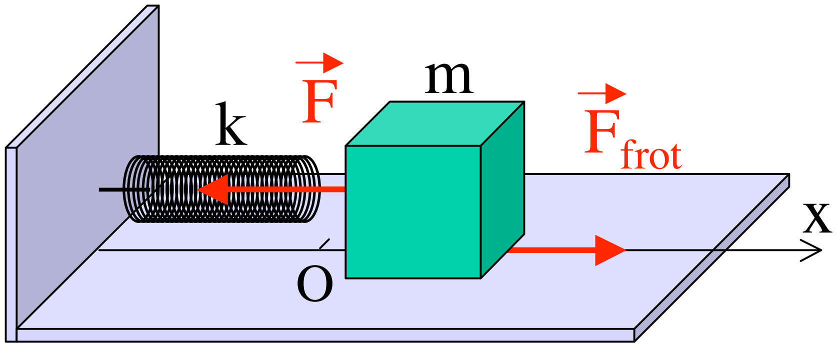
Deux constantes d'intégration à déterminer par les conditions initiales:

$A = x_0$ et $B = v_0/\omega_0$, ou bien $C^2 = x_0{}^2 + (v_0/\omega_0)^2$ et $\mathrm{tg}(\phi) = \omega_0\, x_0/v_0$

Oscillateur harmonique amorti

- **En pratique, tout oscillateur s'amortit à cause des frottements**

- Modèle:



  - on ajoute une force de frottement proportionnelle à la vitesse : $F_{frot} = -bv$ (signe « – » : la force s'oppose au mouvement)
  - coefficient de frottement b = 0.25 kg/s

- Deuxième loi de Newton : $F + F_{frot} = ma$

$$\boxed{m\ddot{x} = -kx - b\dot{x}}$$

Algorithme pour ordinateur:

```
   M=1
   K=1
   B=0.25
   T=0
   X=1
   V=0
   DT=0.001
1  F=-K*X-B*V
   A=F/M
   V=V+A*DT
   X=X+V*DT
   T=T+DT
   PRINT *,T,X,V,A
   GOTO 1
```

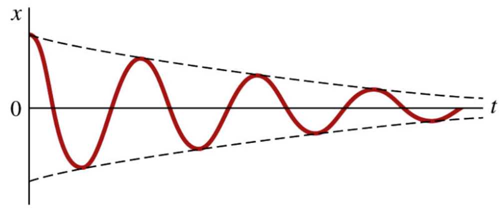
équation différentielle plus compliquée,
mais toujours facile à résoudre numériquement

Oscillateur harmonique amorti

Ds l'équation $m\ddot{x} = -kx - b\dot{x}$ on met tous les termes dans le membre de gauche et l'on substitue v = dx/dt et a = d²x/dt² pour obtenir :

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + k\,x = 0 \qquad \text{équation du mvt}$$

Si la constante d'amortissement b est petite, alors x(t) est de la forme suivante, i.e., une fonction cosinus multipliée par une fonction (------) qui décroît avec le temps. Une fonction simple qui remplit cette condition est l'exponentielle exp $(-\gamma t)$, et la solution qui satisfait l'équation du mvt est donnée par :
où A , γ , ω' sont des ctes et x = A à t = 0.



$$\boxed{x = A\,e^{-\gamma\,t}\cos\omega' t}$$

La fréquence angulaire ω' n'est pas égale à $\omega = (k/m)^{1/2}$ dans le cas non amorti.

Pour contrôle, il faut substituer la solution ↗ dans l'équation du mvt ↗.

Oscillateur harmonique amorti

On calcule les dérivées première et seconde de la solution :

$$\frac{dx}{dt} = -\gamma A e^{-\gamma t} \cos \omega' t - \omega' A e^{-\gamma t} \sin \omega' t$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \gamma^2 A e^{-\gamma t} \cos \omega' t + \gamma A \omega' e^{-\gamma t} \sin \omega' t + \omega' \gamma A e^{-\gamma t} \sin \omega' t - \omega'^2 A e^{-\gamma t} \cos \omega' t$$

On substitue ces 2 expressions dans l'équ. du mvt $m \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + k\, x = 0$

et après un petit peu de réorganisation algébrique, on obtient :

$$A e^{-\gamma t} [(m\gamma^2 - m\omega'^2 - b\gamma + k) \cos \omega' t + (2\omega' \gamma m - b\omega') \sin \omega' t] = 0 \quad (i)$$

Le membre de gauche de cette équ. doit être égal à zéro pour tout t, ce qui n'est vrai que pour certaine valeurs de γ et de ω'. Afin de déterminer γ et ω', on choisit deux valeurs de t qui facilitent cette évaluation :

(a) à t = 0

(b) à $t = \pi/2\omega'$

Oscillateur harmonique amorti

(a) à t = 0, sin ω't = 0 et la relation (i) ci-dessus se réduit à :

$$A(m\gamma^2 - m\omega'^2 - b\gamma + k) = 0$$

ce qui signifie que :

$$m\gamma^2 - m\omega'^2 - b\gamma + k = 0 \quad (ii)$$

(b) à t = $\pi/2\omega'$, cos ω't = 0 et la relation (i) n'est valide que si :

$$2\gamma m - b = 0 \quad (iii)$$

De l'Equ. (iii) on obtient : $\boxed{\gamma = \frac{b}{2m}}$

De l'Equ. (ii) on obtient : $\boxed{\omega' = \sqrt{\gamma^2 - \frac{b\gamma}{m} + \frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}}$

L'Eq. $x = Ae^{-\gamma t}\cos\omega' t$ est une solution de l'équation du mvt de l'oscillateur harmonique amorti tant que γ et ω' possèdent les valeurs ci-dessus.

Oscillateur harmonique amorti

Ainsi la valeur de x pour un oscillateur harmonique avec (petit) amortissement est donnée par :

$$x = A e^{-\frac{b}{2m}t} \cos \omega' t$$

On peut évidemment ajouter, dans le terme cos de cette équation, une phase constante ϕ. Pour $\phi = 0$, il est clair que la cte A représente simplement le déplacement initial : x = A à t = 0. Et la fréquence est donnée par :

$$\boxed{f = \frac{\omega'}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}}$$

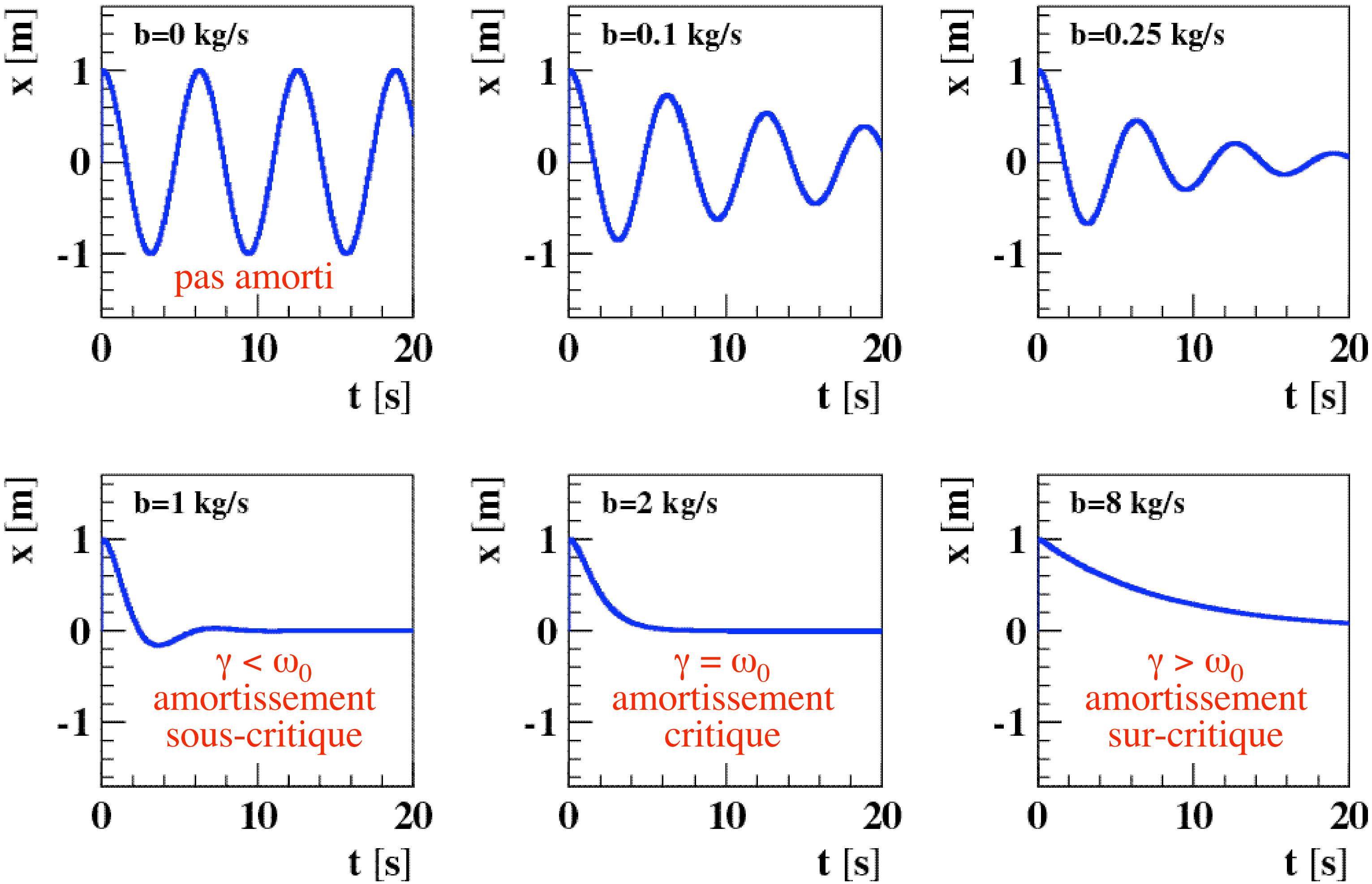
La fréquence est plus petite et la période plus longue que dans le cas non amorti.

Dans beaucoup de cas pratiques d'amortissements légers,
ω' ne diffère que légèrement de $\omega = (k/m)^{1/2}$.

La cte $\gamma = b/2m$ est une mesure de la rapidité
de la décroissance de l'oscillation vers zéro.

Oscillateur harmonique amorti

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2\, x = 0 \quad \text{avec} \quad \gamma = \frac{b}{2m} \quad \text{et} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$



Comportement oscillatoire

Cas où l'amortissement est le plus rapide

exemple de la porte

Plus de comportement oscillatoire

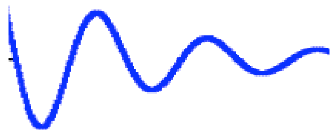
Solution oscillateur harmonique amorti

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2\, x = 0 \quad \text{avec} \;\; \gamma = \frac{b}{2m} \;\; \text{et} \;\; \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

- $\gamma < \omega_0$ (cas sous-critique ou non amorti) :

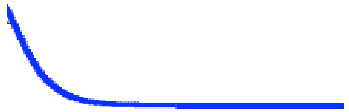
$$x(t) = e^{-\gamma t}\,[A\cos(\omega_1 t) + B\sin(\omega_1 t)]$$

$$\text{avec} \;\; \omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \; < \; \omega_0$$



- $\gamma = \omega_0$ (cas critique) :

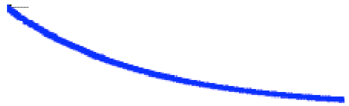
$$x(t) = e^{-\gamma t}\,[A + B\,t\,]$$



- $\gamma > \omega_0$ (cas sur-critique) :

$$x(t) = e^{-\gamma t}\,[A\exp(\omega_2 t) + B\exp(-\omega_2 t)\,]$$

$$\text{avec} \;\; \omega_2 = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$$



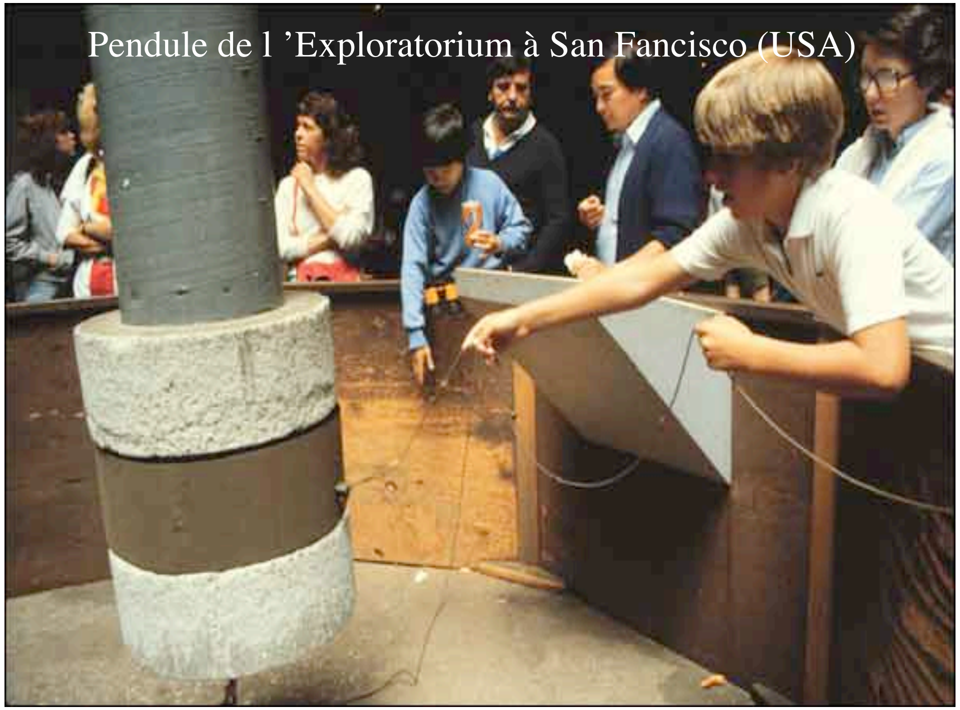
A et B sont les constantes d'intégration, à déterminer par les conditions initiales

Oscillateur harmonique forcé

- En pratique, tout oscillateur s'amortit à cause des forces de frottement, mais on peut « entretenir » les oscillations à l'aide d'une force extérieure

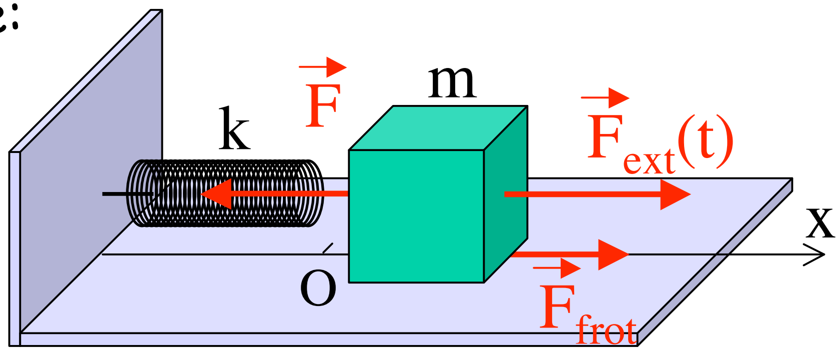
Démos : Résonance d'un pendule excité par un ressort # 78
Résonance mécanique et amortissement par fluide # 58

- Exemples :
  - Balançoire poussée par un enfant
  - Voiture (avec suspension) passant sur des bosses
  - Atome (électron lié) recevant un rayonnement électromagnétique
  - Pendule de l'Exploratorium à San Fancisco (USA) :



Oscillateur harmonique forcé

- Modèle:



  - on ajoute une force périodique : $F_{ext} = f \sin(\omega t)$
  - amplitude f = 1 N, pulsation $\omega = 0.2\ s^{-1}$

- Deuxième loi de newton : $F+F_{frot}+F_{ext}=ma$

$$\boxed{m\ddot{x} = -kx - b\dot{x} + F_{ext}(t)}$$

Algorithme pour ordinateur:

```
  M=1
  K=1
  B=0.25
  F=1
  W=0.2
  T=0
  X=1
  V=0
  DT=0.001
1 F=-K*X-B*V+F*SIN(W*T)
  A=F/M
  V=V+A*DT
  X=X+V*DT
  T=T+DT
  PRINT *,T,X,V,A
  GOTO 1
```

équation différentielle encore plus compliquée,
mais toujours facile à résoudre numériquement

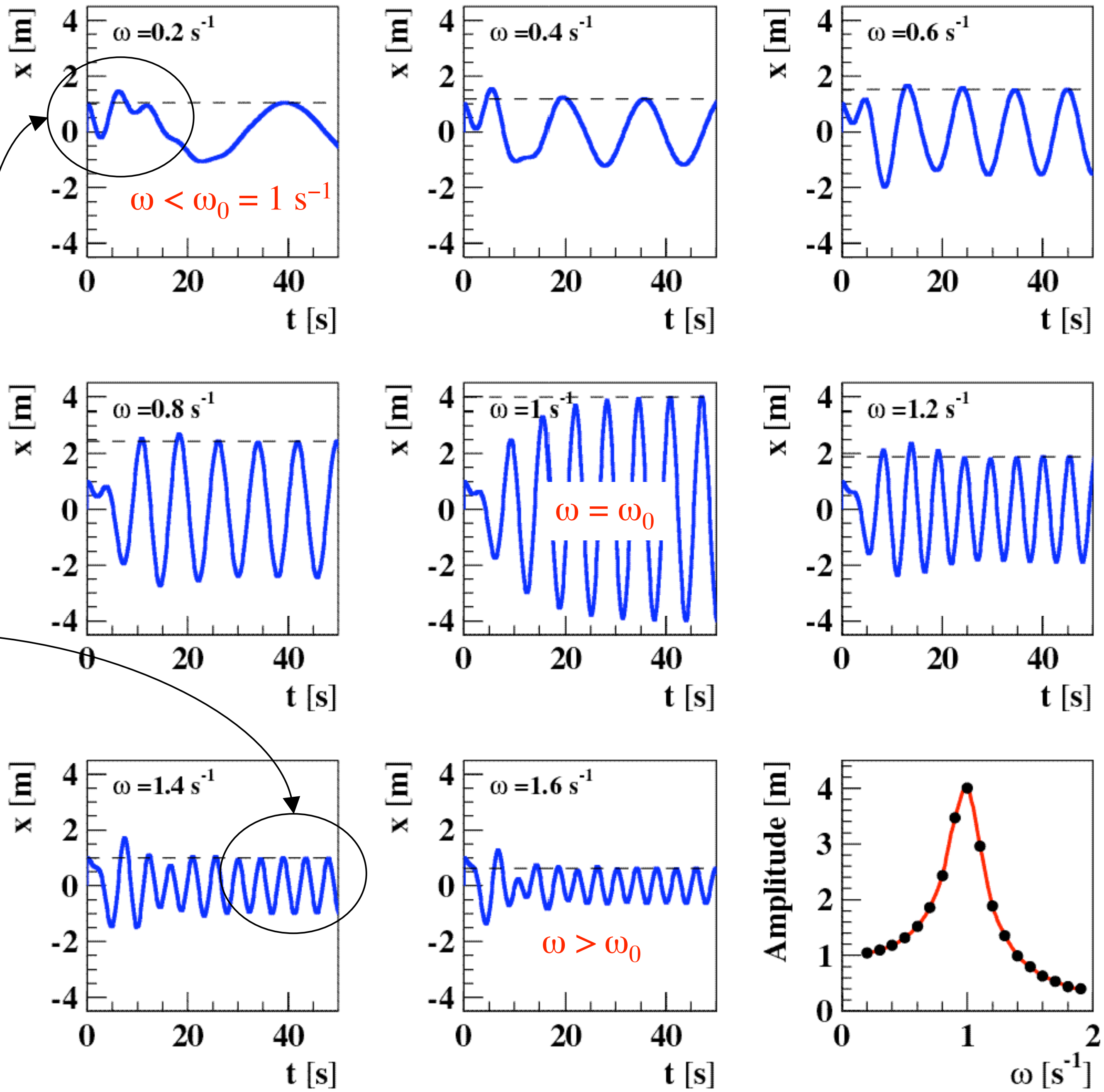
Oscillateur harmonique forcé (et amorti)

Phase transitoire :

- Les pulsations ω_0 et ω se superposent
- Dépend des conditions initiales

Phase stationnaire :

- La pulsation ω_0 est amortie et le système oscille avec la pulsation imposée ω
- Ne dépend plus des conditions initiales
- L'amplitude dépend de ω !



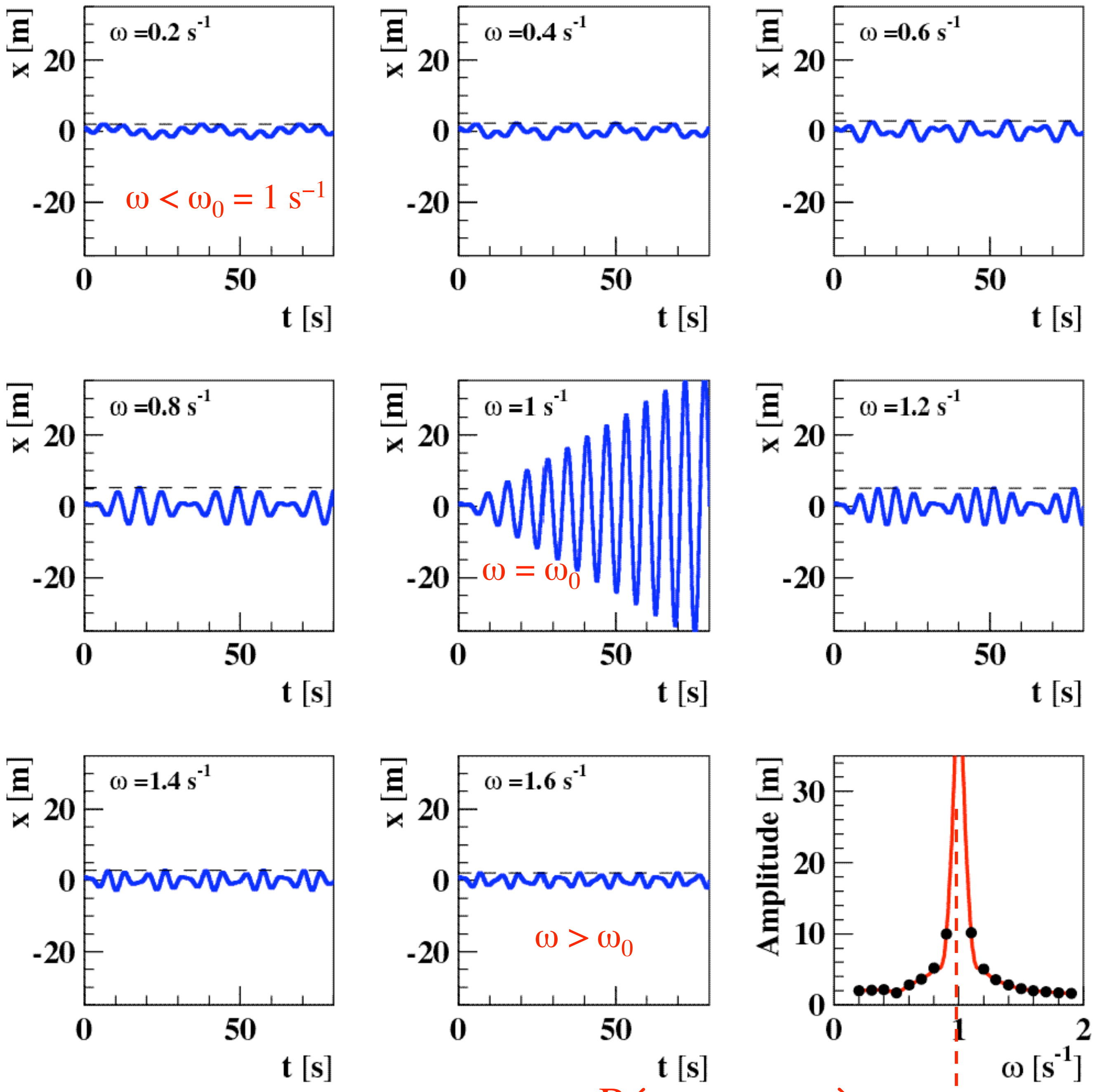
« Résonance » à $\omega \sim \omega_0$

Oscillateur harmonique forcé (pas ou très peu amorti)

<u>Note</u>: l'échelle verticale n'est pas la même que précédemment

Le système répond de façon beaucoup plus sélective en fréquence.

A la résonance, l'amplitude devient très grande.



« Résonance » à $\omega = \omega_0$

Solution oscillateur harmonique forcé

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^{\,2}\, x = \alpha_0 \sin(\omega t) \quad \text{avec} \quad \gamma = \frac{b}{2m}\,, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{et} \quad \alpha_0 = \frac{f}{m}$$

Solution de l'oscillateur libre (amorti) : tend vers 0 pendant la phase transitoire

Solution de la phase stationnaire

$$x(t) = \underbrace{x_{\text{non-forcé}}(t)} + \underbrace{\rho \sin(\omega t - \phi)}$$

$$\text{avec} \quad \rho = \frac{\alpha_0}{\sqrt{\left(\omega_0^{\,2} - \omega^2\right)^2 + 4\gamma^2\omega^2}} \quad \text{et} \quad \operatorname{tg}(\phi) = \frac{2\gamma\omega}{\omega_0^{\,2} - \omega^2}$$

Résonance: $\dfrac{d\rho}{d\omega} = 0 \;\Rightarrow\; \rho_{max} = \dfrac{\alpha_0}{2\gamma\sqrt{\omega_0^{\,2} - \gamma^2}}$ pour $\omega = \sqrt{\omega_0^{\,2} - 2\gamma^2}$

Facteur de qualité du système résonant :

$$Q = \frac{\rho(\omega = \omega_0)}{\rho(\omega = 0)} = \frac{\omega_0}{2\gamma} = \frac{\text{fréquence de la résonance}}{\text{largeur de la résonance}}$$

5–100 pour des systèmes mécaniques
10'000 pour un quartz
10^8 pour un atome

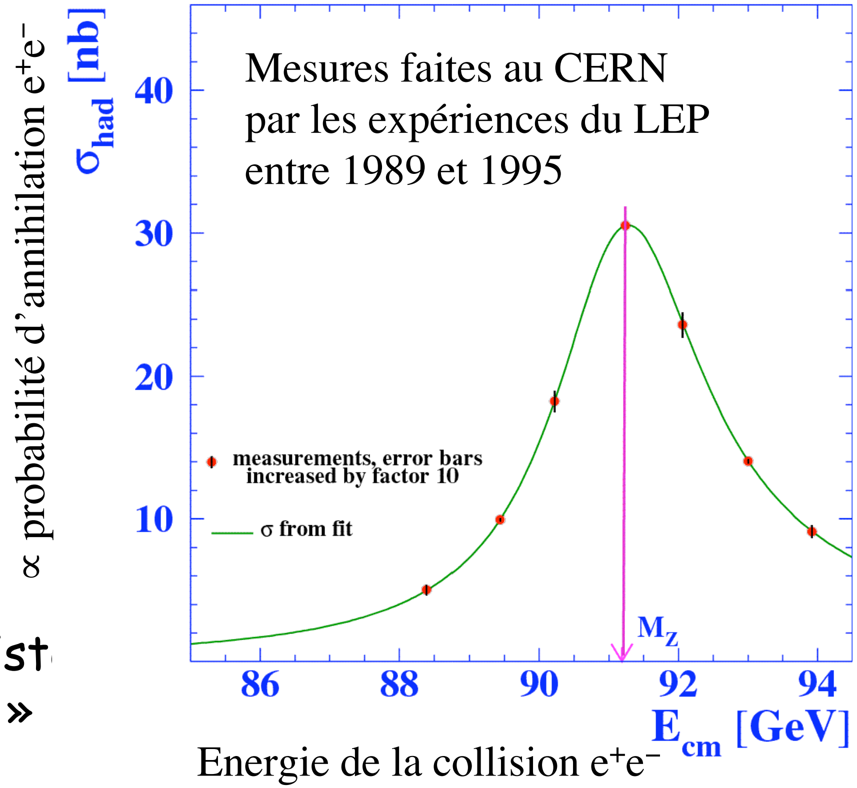
L'amplitude d'un oscillateur harmonique forcé dépend fortement de la différence entre les deux fréquences ω et ω_0.

Phénomènes de résonance

- Résonances indésirables dans :
  - Amortisseurs d'une voiture
  - Suspension du tambour d'une essoreuse à linge
  - Structure de génie civil (ponts, bâtiments, …)
- Résonances désirables dans :
  - Circuits électriques dans un « tuner » (radio)
  - Tuyaux d'orgue
  - Balançoire de jardin

- Exemple de résonance en physique des particules:
  - la particule Z^0 produite dans les annihilations électron-antiélectron

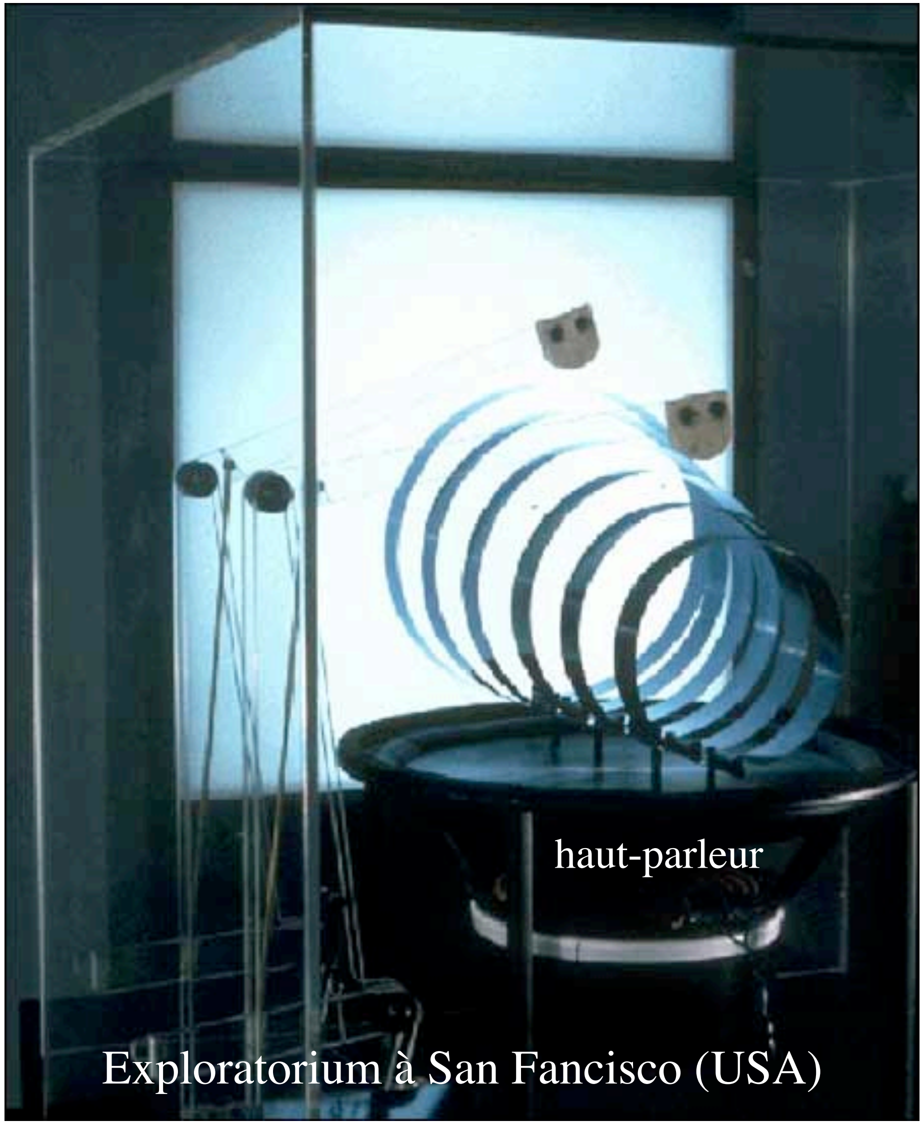
$$e^+e^- \rightarrow Z^0$$



- Note: en mécanique quantique relativist
  « fréquence = énergie = masse »

Anneaux résonants (Exploratorium)

- Des bandes d'acier en forme d'anneaux de différents diamètres entrent tour à tour en résonance lorsque la fréquence du haut-parleur est modifiée



Tacoma Narrows Bridge Disaster

- The Tacoma Narrows Bridge Disaster, Puget Sound, near the city of Tacoma, Washington, USA.
- It had a length of 5,939 feet (1,980 meters approx).
- It was opened to traffic on July 1, 1940, linking Tacoma and Gig Harbor by road.
- The bridge was an unusually light design, and, as engineers discovered, peculiarly sensitive to high winds. Rather than resist them, as most modern bridges do, the Tacoma Narrows tended to sway and vibrate.
- This progressively worsened due to harmonic (resonance) phenomena.
- On November 7, 1940, four months after the opening, the bridge was destroyd by a 42-mile-per-hour (70+ km/h) wind storm in the area of the bridge.
- A new bridge (par de meilleurs ingénieurs?!) on 14 Octobre 1950.

Golden Gate Bridge San Francisco

Equations différentielles et chaos

- Certains systèmes mécaniques présentent un comportement chaotique, apparemment imprédictible, bien que leur mouvement (ou évolution) soit décrit par des équations différentielles déterministes

    Démo : Mouvement chaotique (balle de ping-pong sur table oscillante) # 19

    Démo : Mouvement chaotique (double pendule) # 71

- Le chaos déterministe apparaît aussi dans des systèmes comme l'atmosphère terrestre :

    équations du mouvement non-linéaires
    $\Rightarrow$ forte dépendance par rapport aux conditions initiales

    conditions initiales pas connues précisément
    $\Rightarrow$ difficile de faire de prédictions fiables