ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

26 septembre 2008
cours de la semaine # 2

Bienvenue au

EPFL - LABORATOIRE
D'ASTROPHYSIQUE

Cours de physique générale

Physique I pour étudiants de première année en section de mathématiques

Prof. Georges Meylan

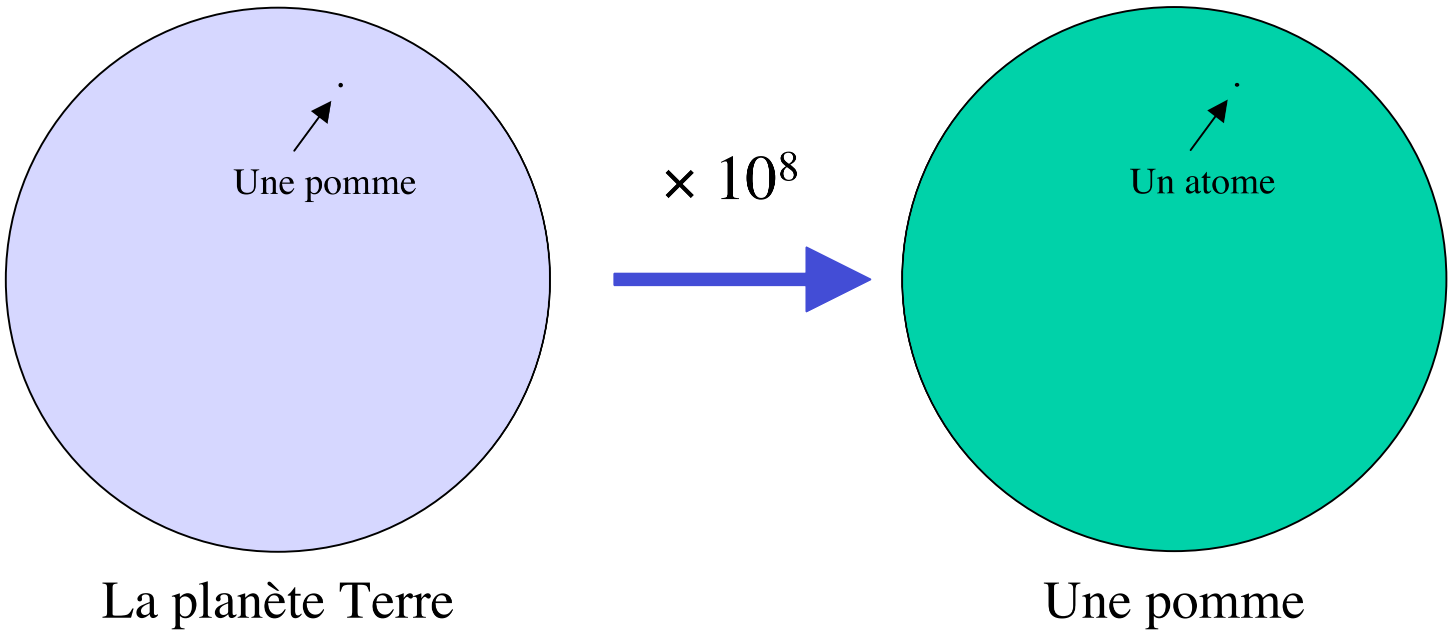
Laboratoire d'astrophysique

Site web du laboratoire et du cours :

http://lastro.epfl.ch

Structure atomique de la matière

- Toute la matière qui nous entoure est formée d'atomes, de types différents et assemblés de diverses manières.
- Rayon d'un atome: ~ 1 Angström = 10^{-10} m.

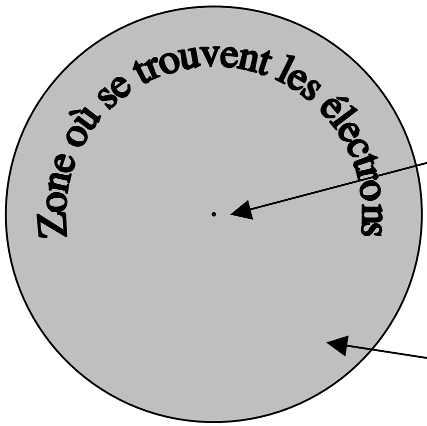


Démo : Chambre à brouillard de Wilson # 623

L'atome, le noyau atomique, ...

- Un atome est formé d'un noyau lourd et d' électrons très légers qui s'agitent autour du noyau, retenus par des forces électriques :

Un atome: 10^{-10} m



Le noyau central: 10^{-15} m
(99.9% de la masse de l'atome)
charge électrique positive

Un électron: < 10^{-18} m (ponctuel ?)
charge électrique négative

- Un noyau est formé de protons et neutrons (10^{-15} m).
- La physique étudie les propriétés individuelles de particules et les propriétés globales d'ensembles de particules.
- Électron (Thomson 1897), proton (Rutherford 1911), neutron (Chadwick 1932)

La physique

- Science dont le but est d'étudier et de comprendre les composants de la matière et leurs interactions mutuelles.
- En fonction de ces interactions, le physicien tente d'expliquer les propriétés de la matière dans son ensemble, aussi bien que tous les phénomènes naturels que nous observons.
- Les « explications » sont données sous forme de lois aussi fondamentales que possible.
- Les lois s'expriment sous forme mathématique :

les mathématiques sont le langage de la physique.

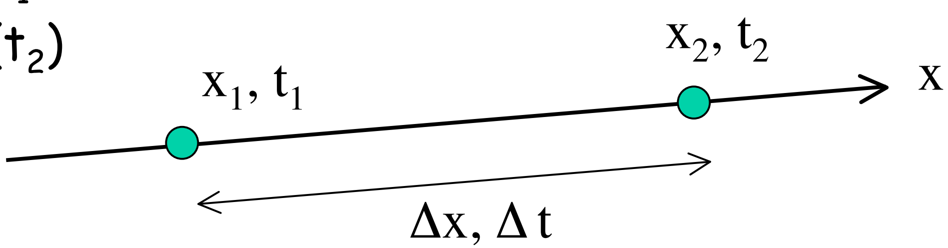
Darwin

Exemple de formulation mathématique : la vitesse instantanée

- Une particule se déplace en ligne droite, sur l'axe des x
- Position en fonction du temps (équation horaire) : $x = x(t)$

  Au temps t_1, position $x_1 = x(t_1)$

  Au temps t_2, position $x_2 = x(t_2)$



- Vitesse moyenne entre t_1 et t_2 :

$$v_{moyenne} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- Vitesse instantanée ;
  on fait tendre Δt vers zéro :

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx(t)}{dt} = \dot{x}(t)$$

- Vitesse = dérivée de la fonction $x(t)$ par rapport à t
  dérivée de la position par rapport au temps

Exemple de formulation mathématique (suite) : l'accélération instantanée

- Vitesse en fonction du temps : $v = v(t) = dx/dt$
  Au temps t_1, vitesse $v_1 = v(t_1)$
  Au temps t_2, vitesse $v_2 = v(t_2)$

- Accélération moyenne entre t_1 et t_2 :

$$a_{moyenne} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

- Accélération instantanée ; on fait tendre Δt vers zéro :

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv(t)}{dt} = \dot{v}(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2} = \ddot{x}(t)$$

- Accélération = dérivée de la fonction v(t) par rapport à t
  dérivée première de la vitesse par rapport au temps
  dérivée seconde de la position par rapport au temps

Exemple de loi physique : l'addition des vitesses

- Si je marche à la vitesse v_{marche} sur un tapis roulant qui m'entraîne à la vitesse v_{tapis}, ma vitesse par rapport au sol sera égale à :

$$V = v_{marche} + v_{tapis}$$

loi d'addition des vitesses (Galilée)

Note: dans le cas général, il faut additionner les vitesses vectoriellement !

- Cette loi est :
  - indépendante des vitesses en jeu
  - indépendante des objets en présence (valable aussi pour un bateau à moteur descendant le cours d'une rivière)
  - indépendante du temps (valable hier, aujourd'hui et demain)
  - etc ...

Les lois de la physique

… et le fou dans un jeu d'échecs

- La physique utilise le langage des maths, mais n'est pas construite comme les maths :
  - On ne déduit pas toute la physique sur la base d'axiomes
- Nous ne connaissons pas toutes les lois de la physique !
  - La recherche fondamentale en physique continue encore aujourd'hui (en mathématiques aussi…)
- D'où viennent les lois physiques ?
  - L'observation et l'expérimentation donnent des indices
  - L'imagination (des physiciens) postule des lois générales sur la base de ces indices
- Les lois physiques imaginées sont-elles correctes ?
  - Observation et expérimentation, seules juges de la « vérité » scientifique
  - Les lois, parfois mêmes les concepts, se révèlent souvent (toujours ?) n'être que des approximations
- Surprises et révolutions !!!

"The question of the origin of the universe,
like the question of the motion of falling bodies,
is one that needs to be answered
by the methods of science,
by theory-aided observation
and
observation-governed theory,
but it is not one that we can settle by pure thought
or religious authority."

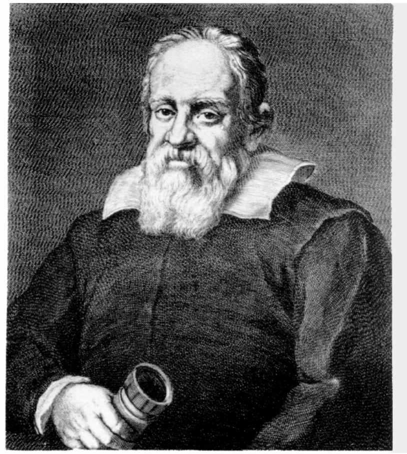
Steven Weinberg, 1992, in *L'Anno Galileiano*

Exemple 1 : composition des vitesses

- Problème simple de cinématique:

  Dans un train roulant à ~~160 km/h~~, un contrôleur ~~marche~~ court à ~~3km/h~~ en direction de la locomotive. 800’000’000 km/h 200’000’000 km/h

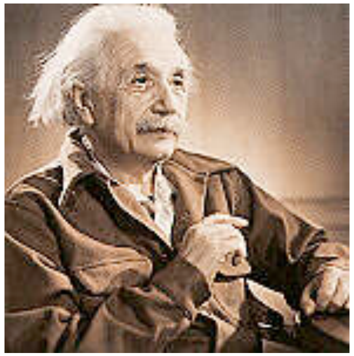
  Quelle est la vitesse du contrôleur par rapport aux rails ?



- Réponse de Galilée (en 1638):
  - Application de la loi d’addition des vitesses :

    ~~160 km/h + 3 km/h = 163 km/h~~

    1’000’000’000 km/h



- Réponse d’Einstein (en 1905):
  - L’addition des vitesses est une loi « fausse », la loi « correcte » est plus compliquée :

160 km/h ~~«plus» 3 km/h = 162.99999999999933 km/h~~ 879’225’842 km/h

La mécanique classique n’est plus valable aux grandes vitesses !

Relativité (Einstein)

$c \equiv$ **299'792'458 m/s**

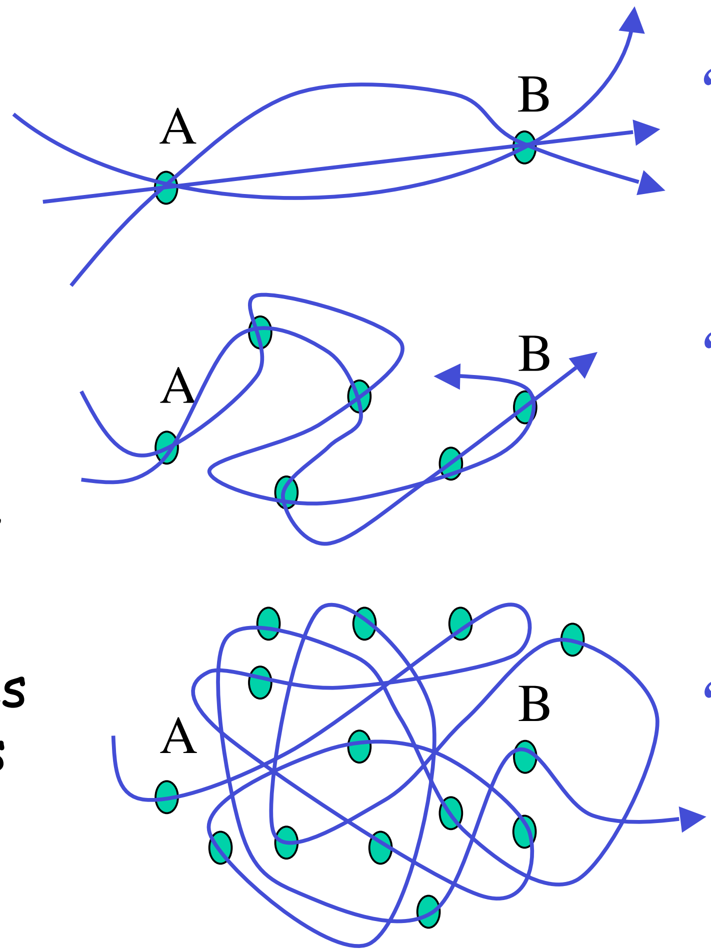
- Relativité restreinte (1905) :
  - La vitesse de la lumière dans le vide, c, est une constante (1905)
  - Le temps et l'espace ne sont pas des absolus ; ils se « mélangent » (espace-temps)
    - Les intervalles de temps et les distances séparant deux événements ne sont pas les mêmes pour deux observateurs différents.

- Relativité générale (1915) :
  - L'espace-temps est « courbe », déformé par la présence de grandes masses dans l'Univers
    - Exemple : trous noirs

lastro
EPFL - LABORATOIRE D'ASTROPHYSIQUE

A notre échelle humaine (petites vitesses et petites masses), les effets relativistes sont négligeables

Exemple 2:
trajectoire d'une particule microscopique



- Une particule est observée en A, puis en B un instant plus tard. Quelle est sa trajectoire ?

- On répète l'expérience avec plus de points de mesures : la particule semble « zigzaguer » …

- A mesure que le nombre de mesures augmente, il devient de plus en plus difficile de tracer une trajectoire

La mécanique classique n'est plus valable aux très petites distances !

Physique quantique

- Dans le monde microscopique :
  - Plus de trajectoire, ni de déterminisme
    (on doit se contenter de probabilités de présence)
  - On ne peut pas faire une mesure sans perturber le système étudié
  - On ne peut plus connaître simultanément la position x et la quantité de mouvement p d'une particule avec une précision arbitraire:

Principe d'incertitude de Heisenberg (1927) :

$$\boxed{\Delta x \, \Delta p > h}$$

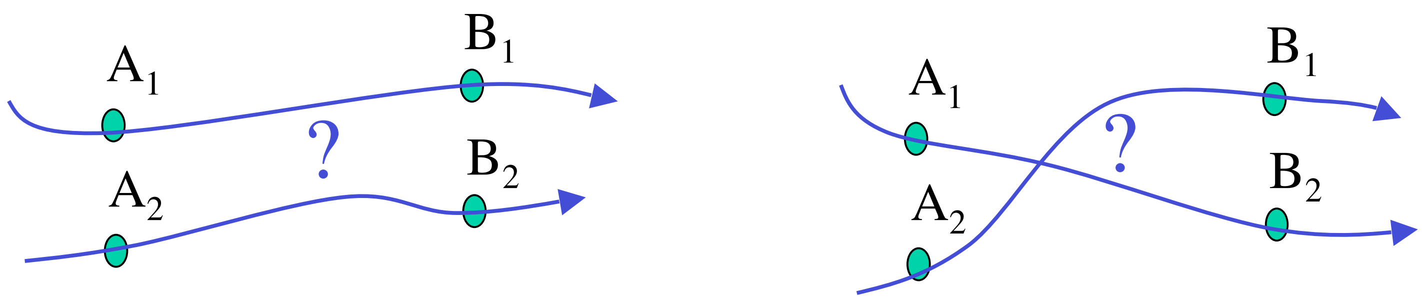
h = 6.626 10^{-34} kg m^2/s
(constante de Planck)

Explique pourquoi les atomes ne « s'effondrent » pas à la taille du noyau !

A notre échelle humaine (macroscopique),
les effets quantiques sont négligeables

Corollaire de la disparition de la notion de trajectoire en mécanique quantique

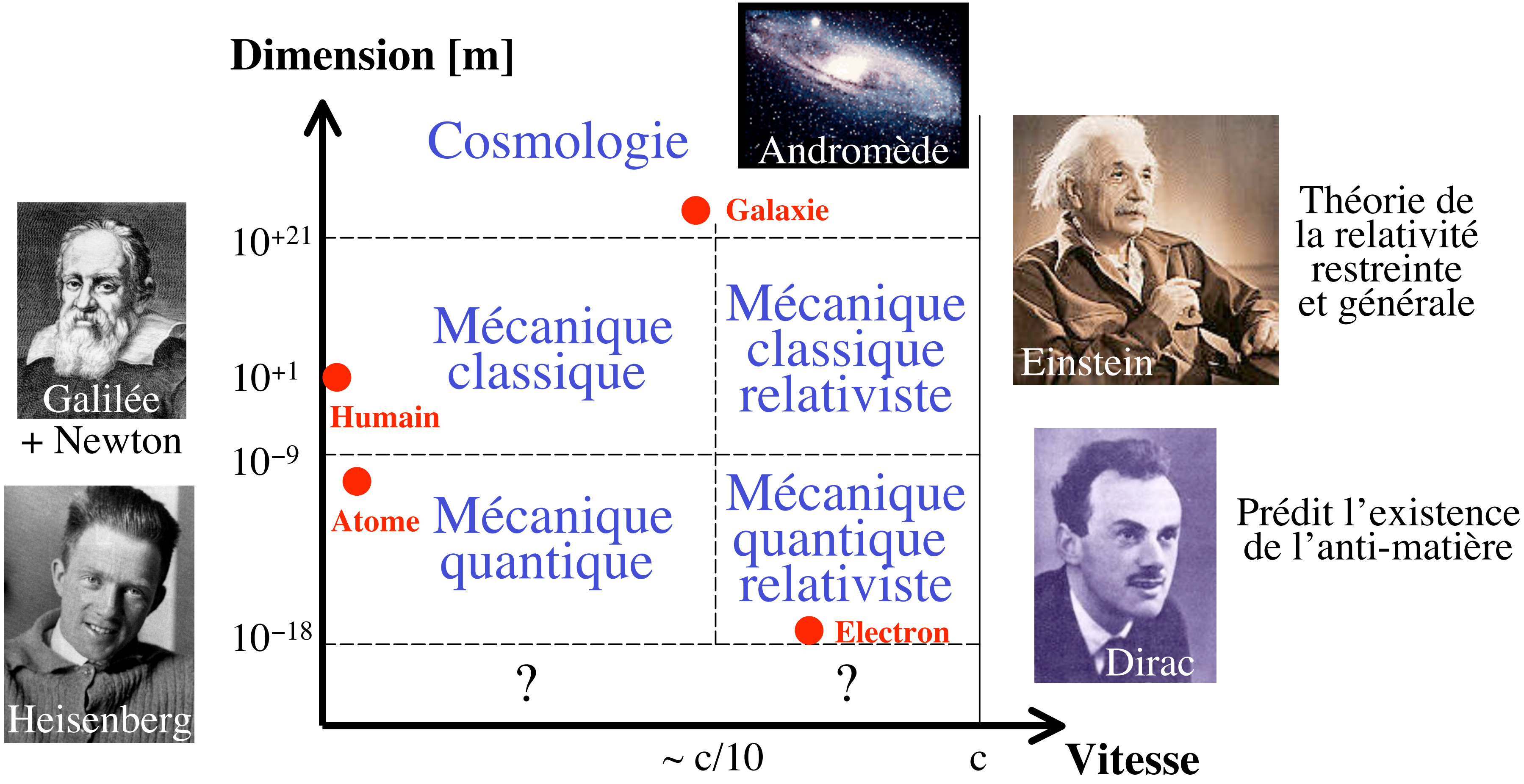
- Deux particules identiques (par ex. des électrons) sont observées en A_1 et A_2, puis en B_1 et B_2 un instant plus tard.
- La particule qui se trouve en B_1 est-elle la même que celle qui se trouvait en A_1 ?



- La question n'a en fait pas de sens, car en physique quantique, deux particules identiques sont indiscernables ...

En mécanique classique, deux objets identiques sont discernables

Le panorama de la mécanique



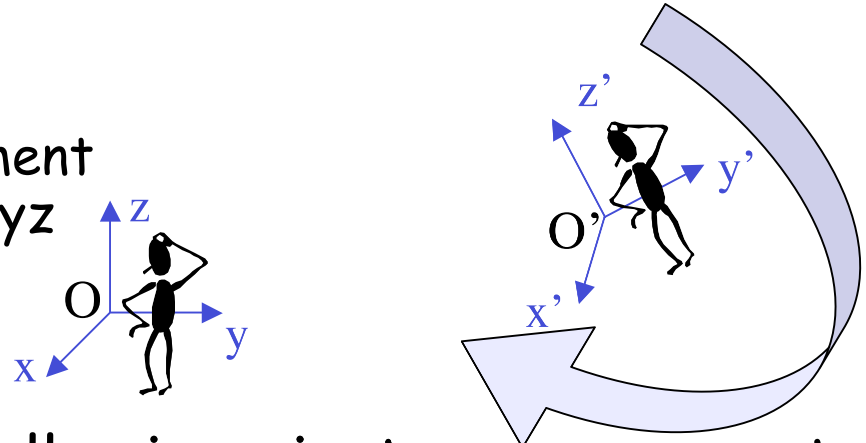
vitesse de la lumière dans le vide: $c \equiv 299792458$ m/s

Lois de conservation

- Les lois de conservation sont les lois les plus fondamentales
  - « super-lois » qui réglementent toutes les autres lois
- Exemples (applicables à la mécanique) :
  - Conservation de l'énergie → Démo : Oscillation amorties (pendule à torsion) # 47
  - Conservation de la quantité de mouvement → Démo : Choc entre 2 boules # 86
  - Conservation du moment cinétique → Démo : Tabouret tournant # 17
- Valables dans toutes les situations (classiques, quantiques ou relativistes)
- Ne peuvent pas être formulées mathématiquement de façon unique
- Résultent de principes « d'invariance » (ou de symétrie) très généraux :
  - Invariance par translation dans le temps (homogénéité du temps)
  - Invariance par translation dans l'espace (homogénéité de l'espace)
  - Invariance par rotation dans l'espace (isotropie de l'espace)

Invariance par changement de référentiel

- Changement de référentiel :
  - Référentiel O'x'y'z' en mouvement par rapport au référentiel Oxyz



- Les lois de la physique sont-elles invariantes par rapport à n'importe quel changement de référentiel ?
  - Autrement dit, si les observateurs O et O' font la même expérience, obtiendront-ils le même résultat ?

    → Démo : Force de Coriolis (jet d'eau) # 171

- Principe de Galilée (repris par Einstein) :
  - Les lois de la physique sont les mêmes (invariantes) pour deux observateurs en mouvement rectiligne uniforme l'un par rapport à l'autre.

Objectif du cours de mécanique générale

- Apprendre à mettre sous forme mathématique un problème, une situation physique:
  - Définir le problème, le modéliser
  - Choisir une description mathématique
  - Dériver les équations régissant la physique du problème
  - Résoudre et/ou discuter la solution
- Développer un « savoir-faire » pratique, mais également développer un esprit scientifique:
  - Repérer le sens physique derrière les équations

Démos :
Gyroscope roue de vélo sur tige rigide # 48
Toupie chinoise (axes stables et instables) # 36

La préparation en « sciences de base » est un élément clé de la formation d'ingénieur à l'EPFL

Première partie :

Sensibilisation aux objectifs de la mécanique

Entrée en matière avec deux problèmes simples de cinématique et dynamique du point matériel :

- projectile dans un champ de pesanteur (balistique)
- oscillateur harmonique

Buts :

1) se familiariser avec les notions de dérivée et d'équation différentielle
2) comprendre comment une loi du mouvement (F=ma) et la donnée de conditions initiales permettent de prédire la position et la vitesse en tout temps

La mécanique

- Mécanique:
  - science du mouvement (ou du repos) de systèmes matériels caractérisés par des variables d'espace et de temps
- Cinématique:
  - description du mouvement (temps, position, vitesse, accélération)
- Dynamique:
  - étude de la relation entre le mouvement et les causes de sa variation (forces)
- Statique:
  - étude et description par les forces de l'équilibre (repos) des systèmes mécaniques

Le modèle du « point matériel »

Point matériel : système physique assimilé à un point géométrique auquel on attribue toute la masse de ce système, et dont l'état est décrit en tout temps par une (seule) position et une (seule) vitesse

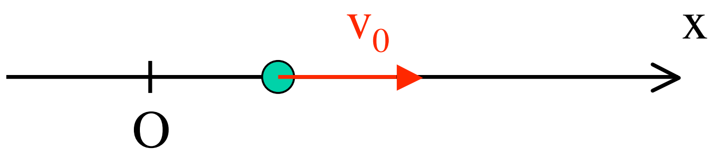
- Notion introduite par Isaac Newton (1642–1727) :

  corps → point matériel → ensemble de points matériels
- Modèle souvent suffisant pour décrire et prédire correctement le mouvement d'un corps :
  - Un point matériel peut être « gros » (exemple : la Terre, le Soleil, …)
  - Pas applicable dans toutes les situations (exemple : boule de billard)
  - Le modèle a des limites (exemple : boule pendue à un fil court)

Mouvement rectiligne uniforme

- Mouvement d'un point matériel se déplaçant en ligne droite à vitesse constante
  - On définit un axe x associé à la trajectoire rectiligne, avec une origine O

$$\boxed{v(t) \equiv \frac{dx(t)}{dt} = v_0 = \text{constante}}$$

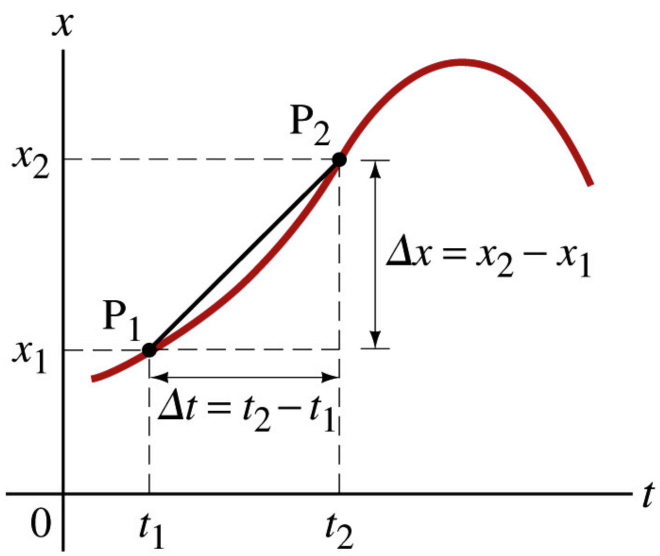


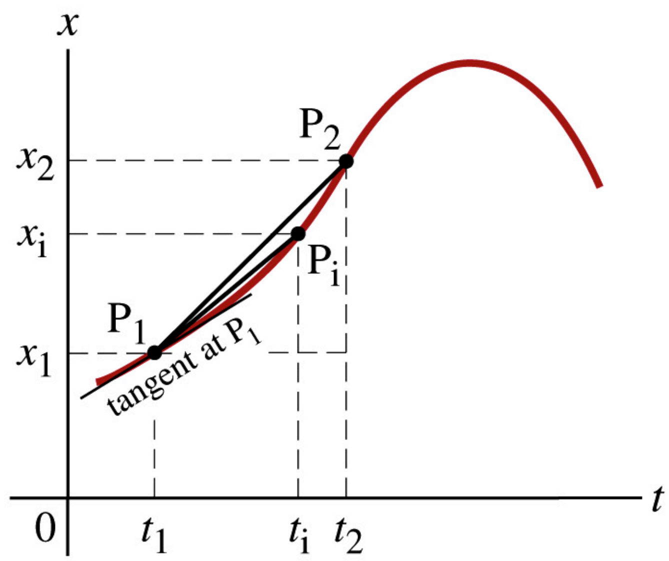
  - On cherche x(t). Solution : $x(t) = v_0\, t + x_0$, où $x_0 = cte$

<u>équation horaire</u>
= paramétrisation de la trajectoire en fonction du temps (t est le paramètre)

$x_0 = x(0)$
= position initiale (à t=0)

Position de la particule en fonction du temps

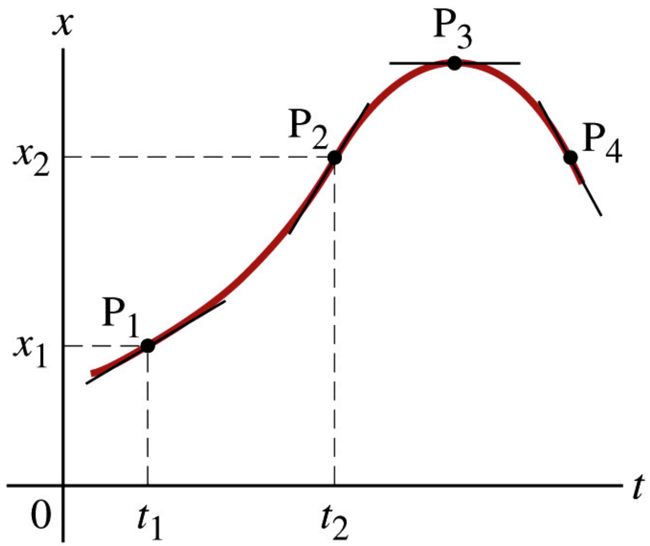




Graphe de la position x
de la particule en fonction du temps t.
La pente de la droite P_1P_2 représente
la vitesse moyenne de la particule
durant l'intervalle de temps $\Delta t = t_2 - t_1$.

Graphe de la position x
de la particule en fonction du temps t.
La pente de la droite P_1P_i est inférieure
à la vitesse moyenne $\Delta t = t_2 - t_1$
$\forall P_i$ entre P_1 et P_2.
La pente de la tangente au point P_1
est la vitesse instantanée au temps t_1.

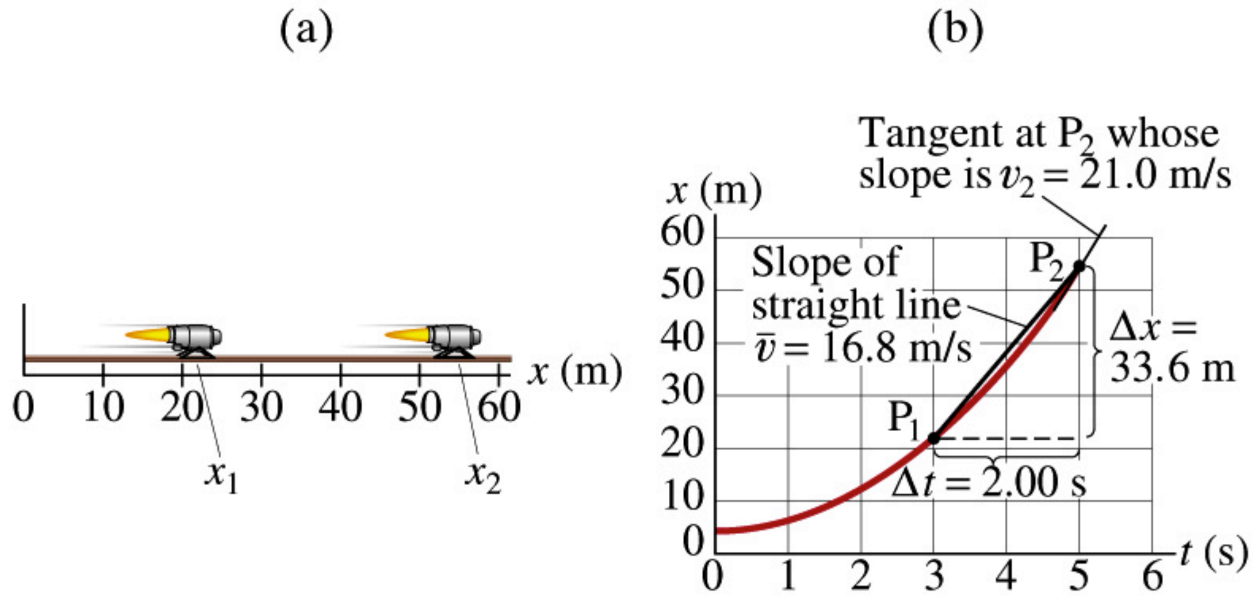
Position de la particule en fonction du temps



Graphe de la position x
de la particule en fonction du temps t.
La pente de la droite (vitesse instantanée)
est représentée en 4 points différents.
Au point P3 , la pente est nulle, i.e., la vitesse instantanée v = 0 ;
au point P4 , la pente est négative, i.e., v < 0.

Exemple : la position en fonction du temps

Un engin à réaction se meut le long d'un rail (appelé axe des x). Ce moteur est traité comme s'il était une particule. Sa position en fonction du temps est donnée par l'équation : $x = At^2 + B$, où $A = 2{,}10\ m/s^2$ et $B = 2{,}80\ m$.



a) Déterminer le déplacement de l'engin durant l'intervalle de temps entre $t_1 = 3{,}00$ s et $t_2 = 5{,}00$ s.

b) Déterminer la vitesse moyenne durant cet intervalle de temps.

c) Déterminer la grandeur de la vitesse instantanée à $t_2 = 5{,}00$ s.

Exemple-solution : la position en fonction du temps

a) A t_1 = 3,00 s , la position du point P_1 est donnée par :

$$x_1 = At_1^2 + B = (2{,}10\ m/s^2)(3{,}00\ s)^2 + 2{,}80\ m = 21{,}7\ m$$

A t_2 = 5,00 s , la position du point P_2 est donnée par :

$$x_2 = At_2^2 + B = (2{,}10\ m/s^2)(5{,}00\ s)^2 + 2{,}80\ m = 55{,}3\ m$$

Le déplacement est donc : $x_2 - x_1 = 55{,}3\ m - 21{,}7\ m = 33{,}6\ m$

b) La vitesse moyenne est donnée par : $\bar{v} = \dfrac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \dfrac{33{,}6\,m}{2{,}00\,s} = 16{,}8\,m/s$

c) La vitesse instantanée au temps t = t_2 = 5,00 s est égale à la pente de la tangente à la courbe au point P_2. Elle peut être mesurée sur la figure précédente. On peut également la calculer pour tout temps t :

$$x = A\,t^2 + B$$

Utilisant les formules des dérivées : $\dfrac{d}{dt}\left(Ct^n\right) = nCt^{n-1} \quad et \quad \dfrac{dC}{dt} = 0$

où C = cte, on obtient :

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left(A\,t^2 + B\right) = 2A\,t$$

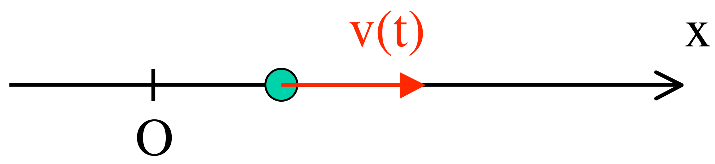
Comme A = 2,10 m/s² et t_2 = 5,00 s , on obtient :

$$v_2 = 2At_2 = 2\ (2{,}10\ m/s^2)(5{,}00\ s) = 21{,}0\ m/s.$$

Mouvement rectiligne uniformément accéléré

- Mouvement d'un point matériel se déplaçant en ligne droite avec une accélération constante

$$a(t) \equiv \frac{dv(t)}{dt} = a_0 = \text{constante}$$

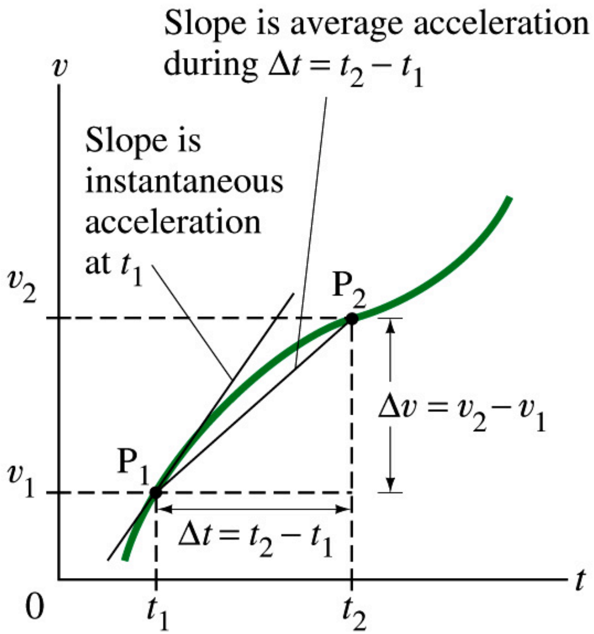


- On cherche $x(t)$
- Solution :

  $v(t) = a_0\, t + v_0$, où $v_0 = v(0)$ = vitesse initiale
  $x(t) = a_0\, t^2/2 + v_0 t + x_0$, où $x_0 = x(0)$ = position initiale

- On vérifie la solution (quels que soient v_0 et x_0) en calculant la dérivée seconde de $x(t)$.
- Cas particulier : $a_0 = 0 \rightarrow$ mouvement rectiligne uniforme

Vitesse de la particule en fonction du temps



Graphe de la vitesse v de la particule en fonction du temps t.
L'accélération moyenne durant l'intervalle de temps $\Delta t = t_2 - t_1$
est la pente de la droite passant par P_1 et P_2 :

$$\overline{a} = \Delta v / \Delta t$$

L'accélération instantanée au temps t_1
est la pente de la courbe (v vs. t) à cet instant.

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \Delta v / \Delta t = dv / dt$$

Equation différentielle: première sensibilisation

- Nous allons « intégrer » l'équation du mouvement rectiligne uniformément accéléré :

$$\ddot{x} \equiv \frac{d^2x}{dt} = a_0$$

équation différentielle pour la fonction inconnue x(t)

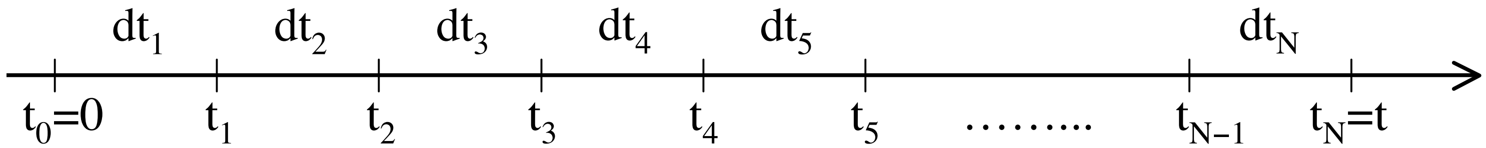
- Cherchons v(t) et x(t) avec les conditions v(0)=0 et x(0)=0

- On écrit (avec un abus de notation) :

$$v = dx/dt \quad \Rightarrow \quad dx = v\,dt$$
$$a = dv/dt \quad \Rightarrow \quad dv = a\,dt$$

« dt » = intervalle de temps très petit,
« dx » = variation de x pendant dt
« dv » = variation de v pendant dt

- On divise l'intervalle de temps de 0 à t en N parties égales telles que $dt_i = t/N = dt$ délimitant les temps $t_i = i\,dt$:



Equ. diff. : première sensibilisation (suite)

- Variation de v dans l'intervalle dt_i : $dv_i = a_0\, dt_i$

$$v(t) = \sum_{i=1}^{N} dv_i = \sum_{i=1}^{N} a_0\, dt_i = a_0 \sum_{i=1}^{N} dt_i = a_0\, t$$

limite $N \to \infty$

$$v(t) = \int_0^t dv' = \int_0^t a_0\, dt' = a_0 \int_0^t dt' = a_0\, t$$

- Variation de x dans l'intervalle dt_i : $dx_i = v(t_i)\, dt_i = a_0\, t_i\, dt_i$

$$x(t) = \sum_{i=1}^{N} dx_i = \sum_{i=1}^{N} a_0\, t_i\, dt_i = a_0 \sum_{i=1}^{N} i\, (dt_i)^2 = a_0\, (dt)^2 \sum_{i=1}^{N} i$$

$$= a_0 \left(\frac{t}{N}\right)^2 \frac{N(N+1)}{2} = a_0\, \frac{t^2}{2}\, \frac{N+1}{N}$$

limite $N \to \infty$

$$x(t) = \int_0^t dx' = \int_0^t a_0\, t'\, dt' = a_0 \int_0^t t'\, dt' = a_0\, \frac{t^2}{2}$$