



ÉCOLE POLYTECHNIQUE  
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

26 septembre 2008  
cours de la semaine # 2

Bienvenue au



EPFL - LABORATOIRE  
D'ASTROPHYSIQUE

# Cours de physique générale

Physique I pour étudiants de première année  
en section de mathématiques

Prof. Georges Meylan

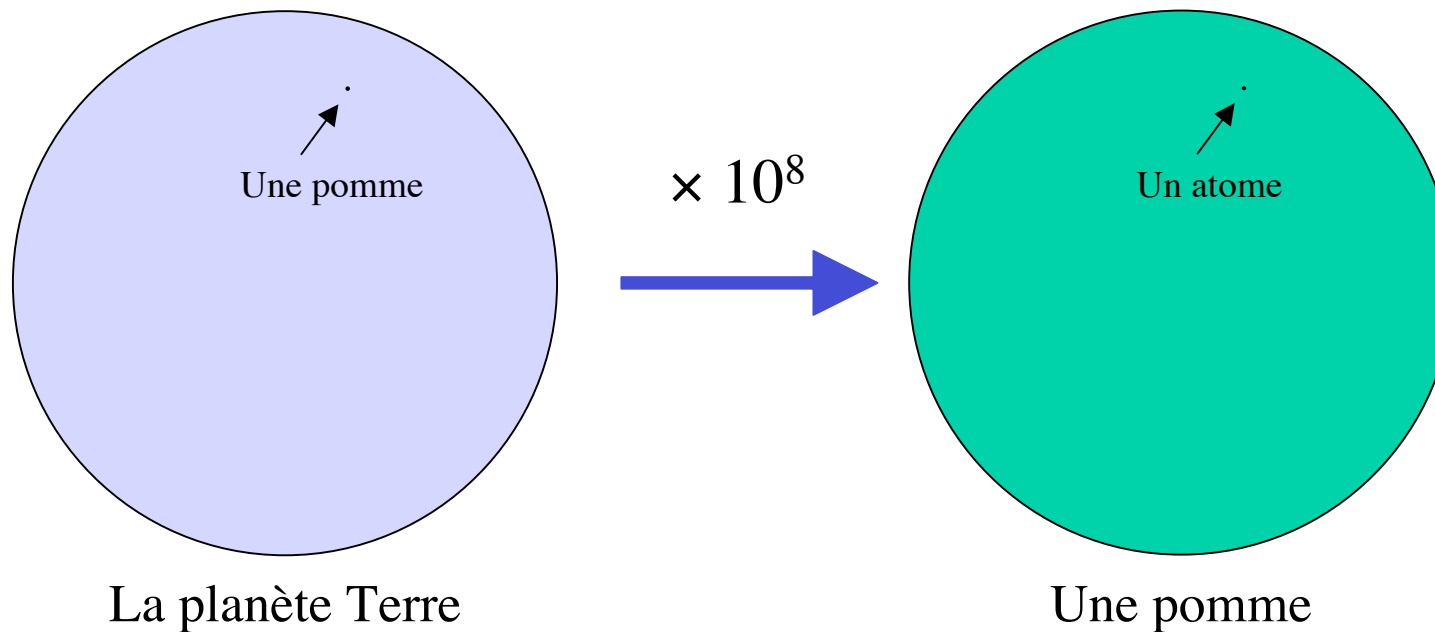
Laboratoire d'astrophysique

Site web du laboratoire et du cours :

<http://lastro.epfl.ch>

# Structure atomique de la matière

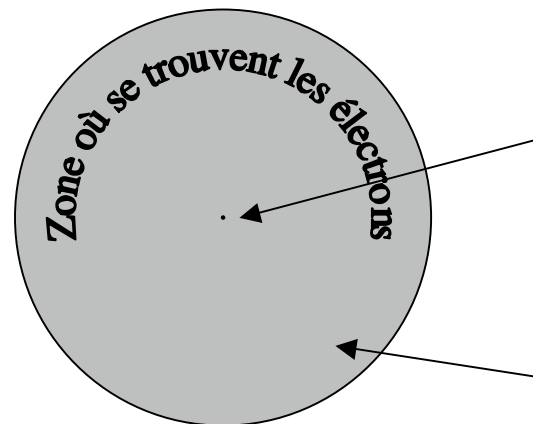
- Toute la matière qui nous entoure est formée d'**atomes**, de types différents et assemblés de diverses manières.
- Rayon d'un atome:  $\sim 1$  Angström =  $10^{-10}$  m.



# L'atome, le noyau atomique, ...

- Un atome est formé d'un **noyau** lourd et d' **électrons** très légers qui s'agitent autour du noyau, retenus par des forces électriques :

Un atome:  $10^{-10}$  m



Le noyau central:  $10^{-15}$  m  
(99.9% de la masse de l'atome)  
charge électrique positive

Un électron:  $< 10^{-18}$  m (ponctuel ?)  
charge électrique négative

- Un noyau est formé de **protons** et **neutrons** ( $10^{-15}$  m).
- La physique étudie les propriétés individuelles de particules et les propriétés globales d'ensembles de particules.
- Électron (Thomson 1897), proton (Rutherford 1911), neutron (Chadwick 1932)

# La physique

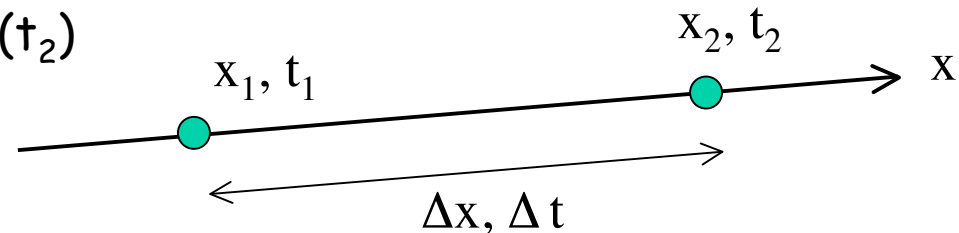
- Science dont le but est d'étudier et de comprendre les **composants de la matière** et leurs interactions mutuelles.
- En fonction de ces **interactions**, le physicien tente d'expliquer les propriétés de la matière dans son ensemble, aussi bien que tous les **phénomènes naturels** que nous observons.
- Les « explications » sont données sous forme de **lois** aussi fondamentales que possible.
- Les lois s'expriment sous forme mathématique :

les **mathématiques** sont le langage de la physique.

Darwin

## Exemple de formulation mathématique : la vitesse instantanée

- Une particule se déplace en ligne droite, sur l'axe des  $x$
- Position en fonction du temps (équation horaire) :  $x = x(t)$   
Au temps  $t_1$ , position  $x_1 = x(t_1)$   
Au temps  $t_2$ , position  $x_2 = x(t_2)$



- **Vitesse moyenne** entre  $t_1$  et  $t_2$  :

$$v_{\text{moyenne}} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- **Vitesse instantanée** ;  
on fait tendre  $\Delta t$  vers zéro :

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx(t)}{dt} = \dot{x}(t)$$

- Vitesse = dérivée de la fonction  $x(t)$  par rapport à  $t$   
dérivée de la position par rapport au temps

## Exemple de formulation mathématique (suite) : l'accélération instantanée

- Vitesse en fonction du temps :  $v = v(t) = dx/dt$   
Au temps  $t_1$ , vitesse  $v_1 = v(t_1)$   
Au temps  $t_2$ , vitesse  $v_2 = v(t_2)$

- **Accélération moyenne** entre  $t_1$  et  $t_2$  :

$$a_{\text{moyenne}} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

- **Accélération instantanée** ;  
on fait tendre  $\Delta t$  vers zéro :

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv(t)}{dt} = \dot{v}(t) \\ = \frac{d^2x(t)}{dt^2} = \ddot{x}(t)$$

- Accélération = dérivée de la fonction  $v(t)$  par rapport à  $t$   
dérivée première de la vitesse par rapport au temps  
dérivée seconde de la position par rapport au temps

# Exemple de loi physique : l'addition des vitesses

- Si je marche à la vitesse  $v_{\text{marche}}$  sur un tapis roulant qui m'entraîne à la vitesse  $v_{\text{tapis}}$ , ma vitesse par rapport au sol sera égale à :

$$V = v_{\text{marche}} + v_{\text{tapis}}$$

loi d'addition des vitesses (Galilée)

Note: dans le cas général, il faut additionner les vitesses vectoriellement !

- Cette loi est :
  - indépendante des vitesses en jeu
  - indépendante des objets en présence (valable aussi pour un bateau à moteur descendant le cours d'une rivière)
  - indépendante du temps (valable hier, aujourd'hui et demain)
  - etc ...



# Les lois de la physique

... et le fou dans un jeu d'échecs

- La physique utilise le langage des maths, mais n'est pas construite comme les maths :
  - On ne déduit pas toute la physique sur la base d'axiomes
- Nous ne connaissons pas toutes les lois de la physique !
  - La recherche fondamentale en physique continue encore aujourd'hui (en mathématiques aussi...)
- D'où viennent les lois physiques ?
  - L'observation et l'expérimentation donnent des indices
  - L'imagination (des physiciens) postule des lois générales sur la base de ces indices
- Les lois physiques imaginées sont-elles correctes ?
  - Observation et expérimentation, seules juges de la « vérité » scientifique
  - Les lois, parfois mêmes les concepts, se révèlent souvent (toujours ?) n'être que des approximations
- **Surprises et révolutions !!!**



# Les lois dans l'univers du jeu des échecs



# Les lois dans l'univers du jeu des échecs

- Le monde est comme un grand jeu d'échec, joués par les dieux. Nous ne connaissons pas les règles de ce jeu d'échec, et nous essayons de les découvrir en observant les dieux jouer. Nous constatons assez vite que les fous ne peuvent que se déplacer en diagonale. Notre imagination nous fait alors postuler une loi qui dit qu'un fou devra toujours se trouver sur une case de la même couleur. Cette règle est-elle correcte ? Pour le savoir, il faut observer un grand nombre de parties d'échec, pour voir si effectivement un fou reste toujours sur sa couleur. Combien faut-il en observer pour être sûr que cette règle soit correcte ?
- Et tout à coup un jour, nous observons qu'un fou qui était toujours sur des cases noires se retrouve sur une case blanche ! Notre règle se révèle fausse. Ceci est possible si le fou se fait manger, puis qu'un petit pion arrive au bout de l'échiquier et que le joueur décide de le remplacer par un fou !
- De même en physique, on peut avoir une loi qui marche parfaitement pendant très longtemps (par exemple plus de 200 ans) et soudain on découvre qu'elle est fausse.
- Est-elle pour autant bonne à être jetée ? Non, mais la règle ne s'applique simplement pas dans tous les cas. Elle reste correcte dans la majeure partie des cas. On a simplement découvert que la loi a des limites d'application.

"The question of the origin of the universe,  
like the question of the motion of falling bodies,  
is one that needs to be answered  
by the methods of science,  
by theory-aided observation  
and  
observation-governed theory,  
but it is not one that we can settle by pure thought  
or religious authority."

Steven Weinberg, 1992, in *L'Anno Galileiano*

# Exemple 1 : composition des vitesses

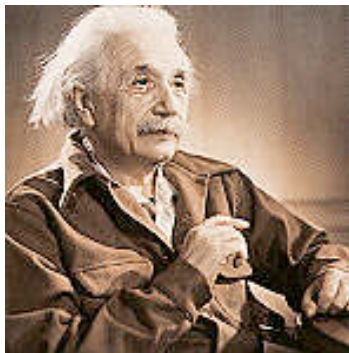
- Problème simple de cinématique:

Dans un train roulant à ~~160 km/h~~, un contrôleur ~~court~~ ~~marche~~ à ~~3 km/h~~ en direction de la locomotive. ~~800'000'000 km/h~~ ~~200'000'000 km/h~~  
Quelle est la vitesse du contrôleur par rapport aux rails ?

- Réponse de Galilée (en 1638):

- Application de la loi d'addition des vitesses :  
~~160 km/h + 3 km/h = 163 km/h~~

~~1'000'000'000 km/h~~



- Réponse d'Einstein (en 1905):

- L'addition des vitesses est une loi « fausse »,  
la loi « correcte » est plus compliquée ;

~~160 km/h «plus» 3 km/h = 162.9999999999999933 km/h~~ ~~879'225'842 km/h~~

**La mécanique classique n'est plus valable aux grandes vitesses !**

# Relativité (Einstein)

$c \equiv 299'792'458 \text{ m/s}$

- Relativité restreinte (1905) :
  - La vitesse de la lumière dans le vide,  $c$ , est une constante (1905)
  - Le temps et l'espace ne sont pas des absolus ; ils se « mélangent » (espace-temps)
    - Les intervalles de temps et les distances séparant deux événements ne sont pas les mêmes pour deux observateurs différents.
- Relativité générale (1915) :
  - L'espace-temps est « courbe », déformé par la présence de grandes masses dans l'Univers
    - Exemple : trous noirs

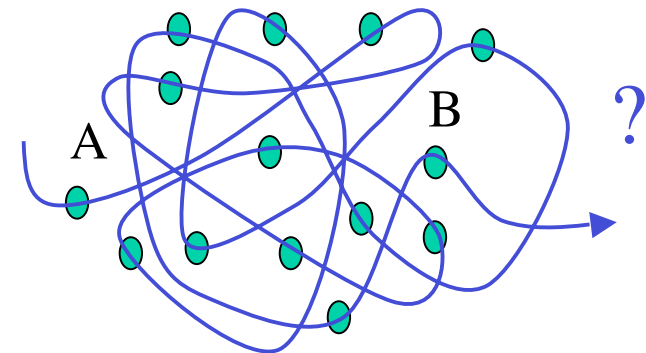
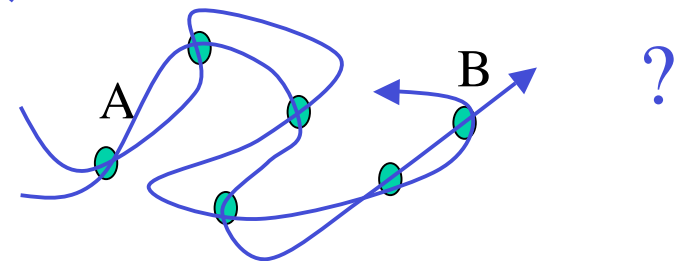
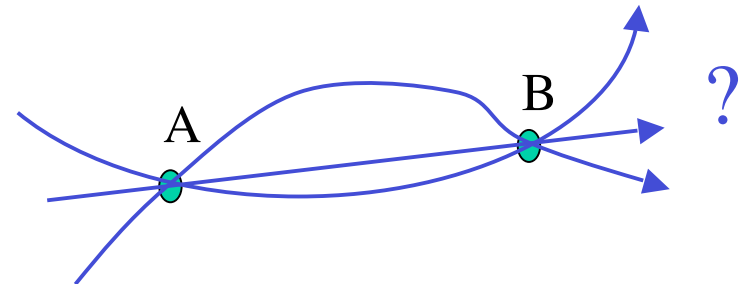


EPFL - LABORATOIRE  
D'ASTROPHYSIQUE

A notre échelle humaine (petites vitesses et petites masses),  
les effets relativistes sont négligeables

## Exemple 2: trajectoire d'une particule microscopique

- Une particule est observée en A, puis en B un instant plus tard. Quelle est sa trajectoire ?
- On répète l'expérience avec plus de points de mesures : la particule semble « zigzaguer » ...
- A mesure que le nombre de mesures augmente, il devient de plus en plus difficile de tracer une trajectoire



**La mécanique classique n'est plus valable aux très petites distances !**

# Physique quantique

- Dans le monde microscopique :
  - Plus de trajectoire, ni de déterminisme (on doit se contenter de probabilités de présence)
  - On ne peut pas faire une mesure sans perturber le système étudié
  - On ne peut plus connaître simultanément la position  $x$  et la quantité de mouvement  $p$  d'une particule avec une précision arbitraire:

Principe d'incertitude de Heisenberg (1927) :

$$\Delta x \Delta p > h$$

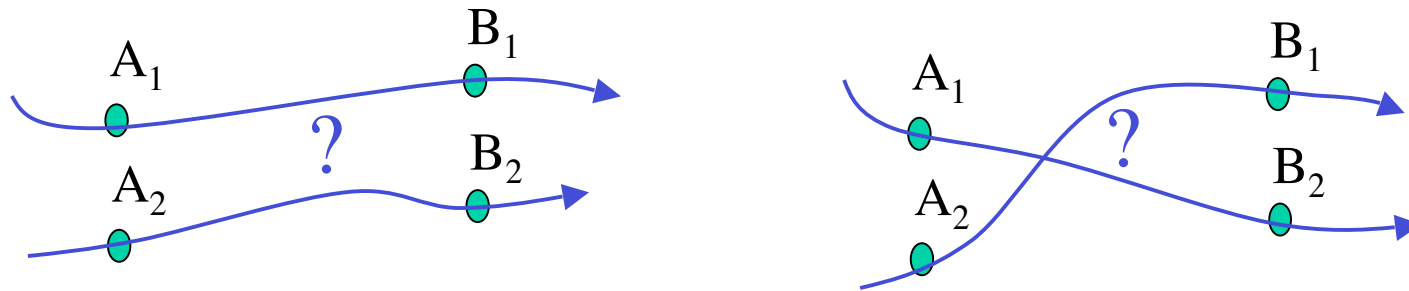
$h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ kg m}^2/\text{s}$   
(constante de Planck)

Explique pourquoi les atomes ne « s'effondrent » pas à la taille du noyau !

**A notre échelle humaine (macroscopique),  
les effets quantiques sont négligeables**

## Corollaire de la disparition de la notion de trajectoire en mécanique quantique

- Deux particules identiques (par ex. des électrons) sont observées en  $A_1$  et  $A_2$ , puis en  $B_1$  et  $B_2$  un instant plus tard.
- La particule qui se trouve en  $B_1$  est-elle la même que celle qui se trouvait en  $A_1$  ?

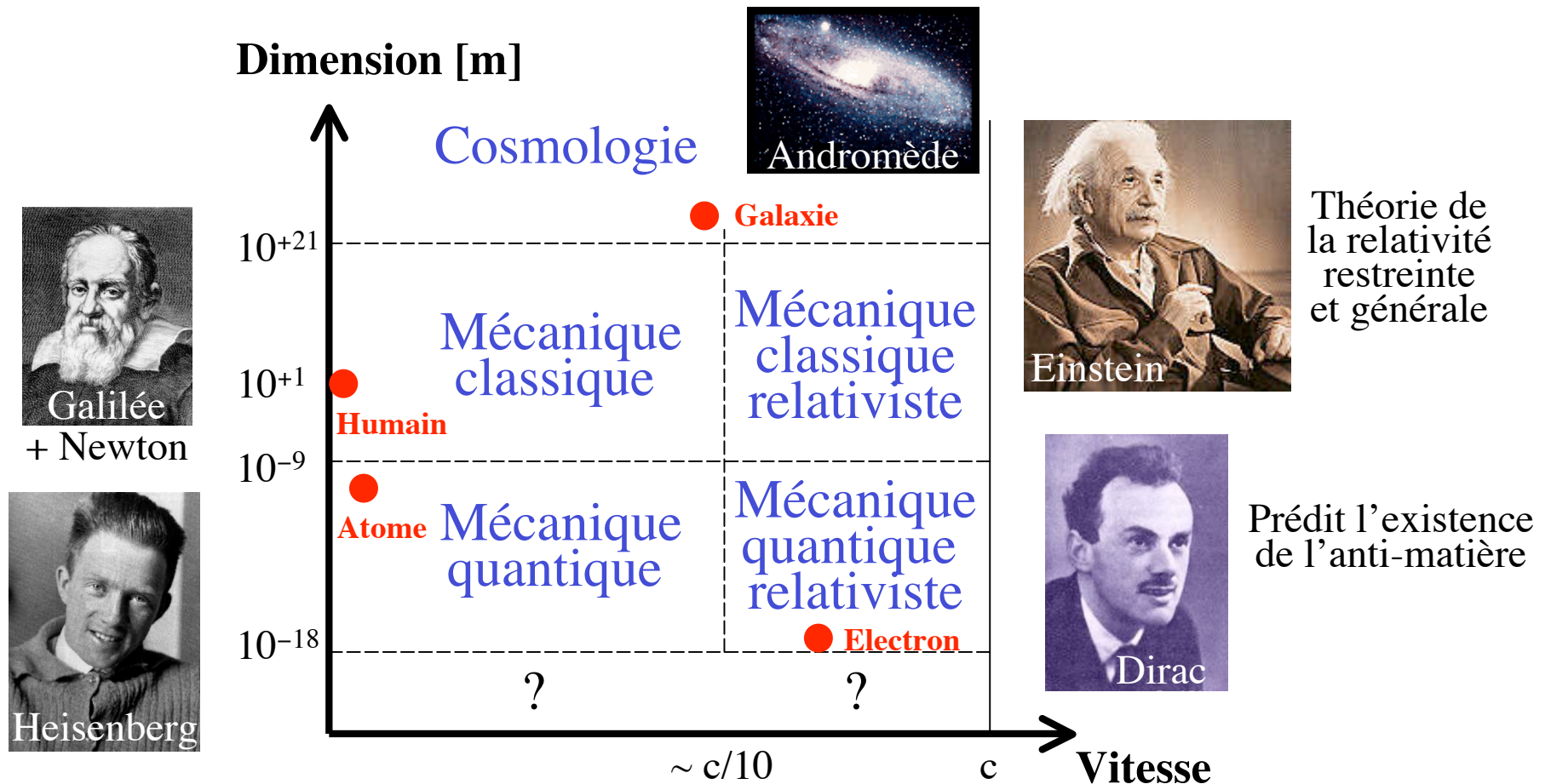


- La question n'a en fait pas de sens, car en physique quantique, deux particules identiques sont indiscernables ...

En mécanique classique, deux objets identiques sont discernables



# Le panorama de la mécanique



vitesse de la lumière dans le vide:  $c \equiv 299792458 \text{ m/s}$

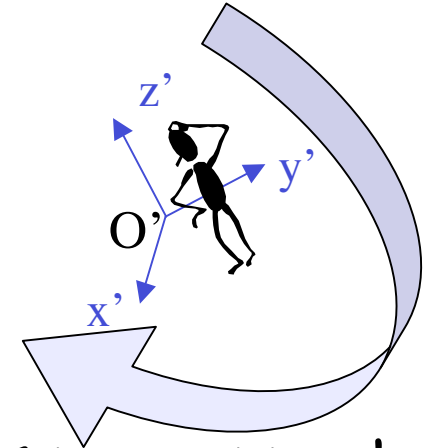
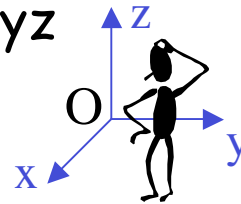
# Lois de conservation

- Les lois de conservation sont les lois les plus fondamentales
  - « super-lois » qui réglementent toutes les autres lois
- Exemples (applicables à la mécanique) :
  - Conservation de l'énergie → Démo : Oscillation amorties (pendule à torsion) # 47
  - Conservation de la quantité de mouvement → Démo : Choc entre 2 boules # 86
  - Conservation du moment cinétique → Démo : Tabouret tournant # 17
- Valables dans toutes les situations (classiques, quantiques ou relativistes)
- Ne peuvent pas être formulées mathématiquement de façon unique
- Résultent de principes « d'invariance » (ou de symétrie) très généraux :
  - Invariance par translation dans le temps (homogénéité du temps)
  - Invariance par translation dans l'espace (homogénéité de l'espace)
  - Invariance par rotation dans l'espace (isotropie de l'espace)

# Invariance par changement de référentiel

- Changement de référentiel :

- Référentiel  $O'x'y'z'$  en mouvement par rapport au référentiel  $Oxyz$



- Les lois de la physique sont-elles invariantes par rapport à n'importe quel changement de référentiel ?

- Autrement dit, si les observateurs  $O$  et  $O'$  font la même expérience, obtiendront-ils le même résultat ?

→ Démo : Force de Coriolis (jet d'eau) # 171

- Principe de Galilée (repris par Einstein) :

- Les lois de la physique sont les mêmes (invariantes) pour deux observateurs en mouvement rectiligne uniforme l'un par rapport à l'autre.

# Objectif du cours de mécanique générale

- Apprendre à mettre sous forme mathématique un problème, une situation physique: Démos :  
Gyroscope roue de vélo sur tige rigide # 48  
Toupie chinoise (axes stables et instables) # 36
  - Définir le problème, le modéliser
  - Choisir une description mathématique
  - Dériver les équations régissant la physique du problème
  - Résoudre et/ou discuter la solution
- Développer un « savoir-faire » pratique, mais également développer un esprit scientifique:
  - Repérer le sens physique derrière les équations

La préparation en « sciences de base » est un élément clé de la formation d'ingénieur à l'EPFL

# Première partie :

## Sensibilisation aux objectifs de la mécanique

Entrée en matière avec deux problèmes simples de cinématique et dynamique du point matériel :

- projectile dans un champ de pesanteur (balistique)
- oscillateur harmonique

Buts :

- 1) se familiariser avec les notions de **dérivée** et d'**équation différentielle**
- 2) comprendre comment une **loi du mouvement** ( $F=ma$ ) et la donnée de **conditions initiales** permettent de prédire la position et la vitesse en tout temps

# La mécanique

- **Mécanique:**
  - science du mouvement (ou du repos) de systèmes matériels caractérisés par des variables d'espace et de temps
- **Cinématique:**
  - description du mouvement (temps, position, vitesse, accélération)
- **Dynamique:**
  - étude de la relation entre le mouvement et les causes de sa variation (forces)
- **Statique:**
  - étude et description par les forces de l'équilibre (repos) des systèmes mécaniques

# Le modèle du « point matériel »

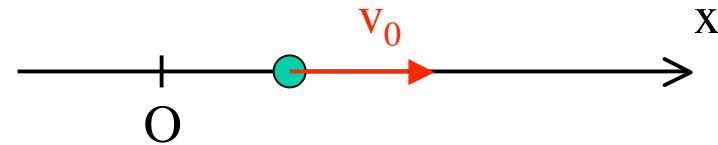
**Point matériel** : système physique assimilé à un point géométrique auquel on attribue toute la masse de ce système, et dont l'état est décrit en tout temps par une (seule) position et une (seule) vitesse

- Notion introduite par Isaac Newton (1642–1727) :  
corps → point matériel → ensemble de points matériels
- Modèle souvent suffisant pour décrire et prédire correctement le mouvement d'un corps :
  - Un point matériel peut être « gros » (exemple : la Terre, le Soleil, ...)
  - Pas applicable dans toutes les situations (exemple : boule de billard)
  - Le modèle a des limites (exemple : boule pendue à un fil court)

# Mouvement rectiligne uniforme

- Mouvement d'un point matériel se déplaçant en ligne droite à vitesse constante
  - On définit un axe  $x$  associé à la trajectoire rectiligne, avec une origine  $O$

$$v(t) \equiv \frac{dx(t)}{dt} = v_0 = \text{constante}$$



- On cherche  $x(t)$ . Solution :  $x(t) = v_0 t + x_0$ , où  $x_0 = \text{cte}$

équation horaire

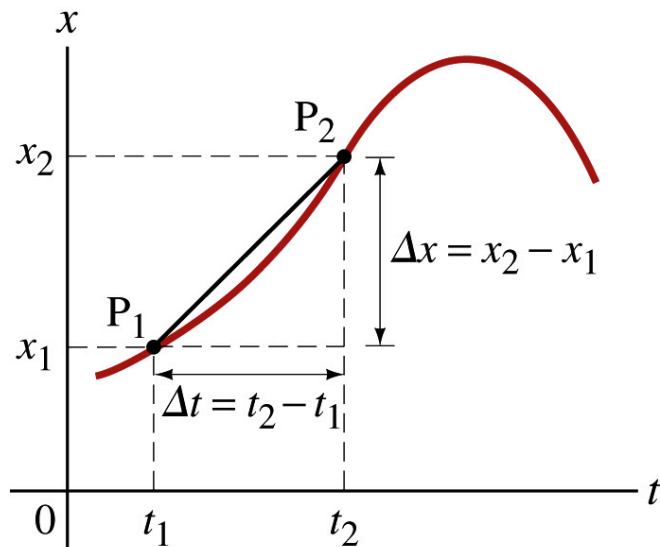
= paramétrisation de la trajectoire en fonction du temps ( $t$  est le paramètre)

$$x_0 = x(0)$$

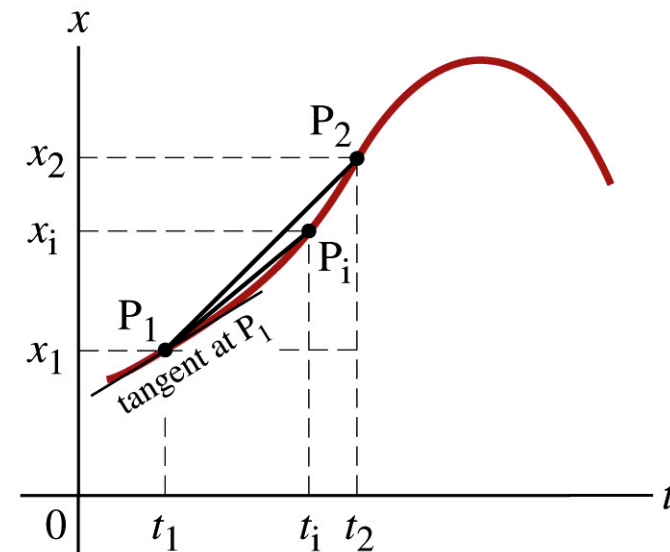
= position initiale (à  $t=0$ )



# Position de la particule en fonction du temps

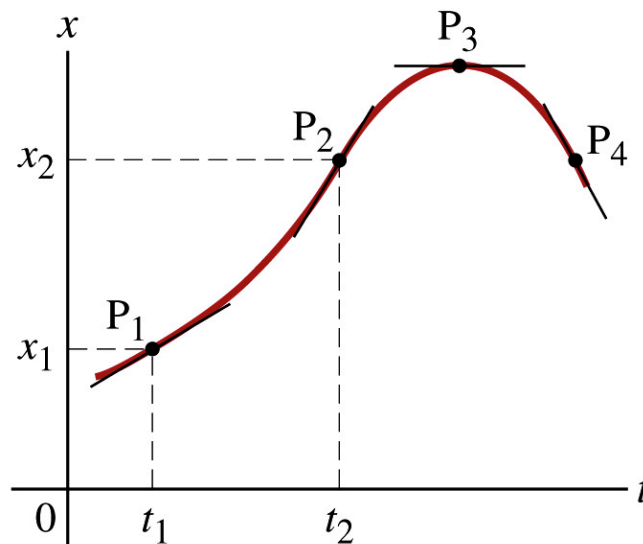


Graphe de la position  $x$  de la particule en fonction du temps  $t$ . La pente de la droite  $P_1P_2$  représente la **vitesse moyenne** de la particule durant l'intervalle de temps  $\Delta t = t_2 - t_1$ .



Graphe de la position  $x$  de la particule en fonction du temps  $t$ . La pente de la droite  $P_1P_i$  est inférieure à la vitesse moyenne  $\Delta t = t_2 - t_1$   $\forall P_i$  entre  $P_1$  et  $P_2$ . La pente de la tangente au point  $P_1$  est la **vitesse instantanée** au temps  $t_1$ .

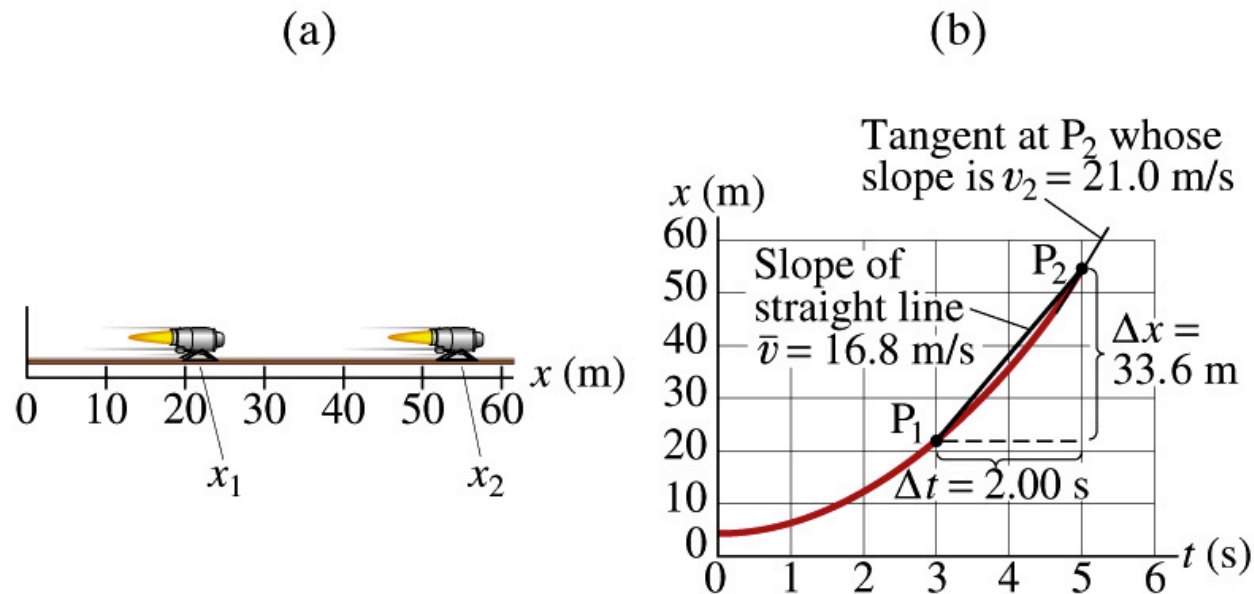
# Position de la particule en fonction du temps



Graphique de la position  $x$   
de la particule en fonction du temps  $t$ .  
La pente de la droite (vitesse instantanée)  
est représentée en 4 points différents.  
Au point  $P_3$ , la pente est nulle, i.e., la vitesse instantanée  $v = 0$  ;  
au point  $P_4$ , la pente est négative, i.e.,  $v < 0$ .

## Exemple : la position en fonction du temps

Un engin à réaction se meut le long d'un rail (appelé axe des  $x$ ). Ce moteur est traité comme s'il était une particule. Sa position en fonction du temps est donnée par l'équation :  $x = At^2 + B$ , où  $A = 2,10 \text{ m/s}^2$  et  $B = 2,80 \text{ m}$ .



- Déterminer le déplacement de l'engin durant l'intervalle de temps entre  $t_1 = 3,00 \text{ s}$  et  $t_2 = 5,00 \text{ s}$ .
- Déterminer la vitesse moyenne durant cet intervalle de temps.
- Déterminer la grandeur de la vitesse instantanée à  $t_2 = 5,00 \text{ s}$ .

## Exemple-solution : la position en fonction du temps

a) A  $t_1 = 3,00 \text{ s}$  , la position du point  $P_1$  est donnée par :

$$x_1 = At_1^2 + B = (2,10 \text{ m/s}^2)(3,00 \text{ s})^2 + 2,80 \text{ m} = 21,7 \text{ m}$$

A  $t_2 = 5,00 \text{ s}$  , la position du point  $P_2$  est donnée par :

$$x_2 = At_2^2 + B = (2,10 \text{ m/s}^2)(5,00 \text{ s})^2 + 2,80 \text{ m} = 55,3 \text{ m}$$

Le déplacement est donc :  $x_2 - x_1 = 55,3 \text{ m} - 21,7 \text{ m} = 33,6 \text{ m}$

b) La vitesse moyenne est donnée par :  $\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{33,6 \text{ m}}{2,00 \text{ s}} = 16,8 \text{ m/s}$

c) La vitesse instantanée au temps  $t = t_2 = 5,00 \text{ s}$  est égale à la pente de la tangente à la courbe au point  $P_2$ . Elle peut être mesurée sur la figure précédente. On peut également la calculer pour tout temps  $t$  :

$$x = At^2 + B$$

Utilisant les formules des dérivées :  $\frac{d}{dt}(Ct^n) = nCt^{n-1}$  et  $\frac{dC}{dt} = 0$   
où  $C = \text{cte}$ , on obtient :

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(At^2 + B) = 2At$$

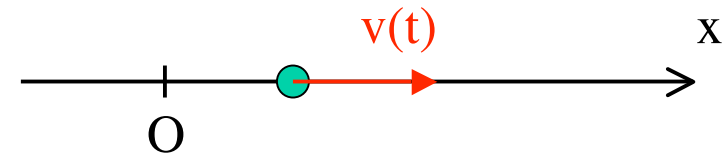
Comme  $A = 2,10 \text{ m/s}^2$  et  $t_2 = 5,00 \text{ s}$  , on obtient :

$$v_2 = 2At_2 = 2 (2,10 \text{ m/s}^2)(5,00 \text{ s}) = 21,0 \text{ m/s.}$$

# Mouvement rectiligne uniformément accéléré

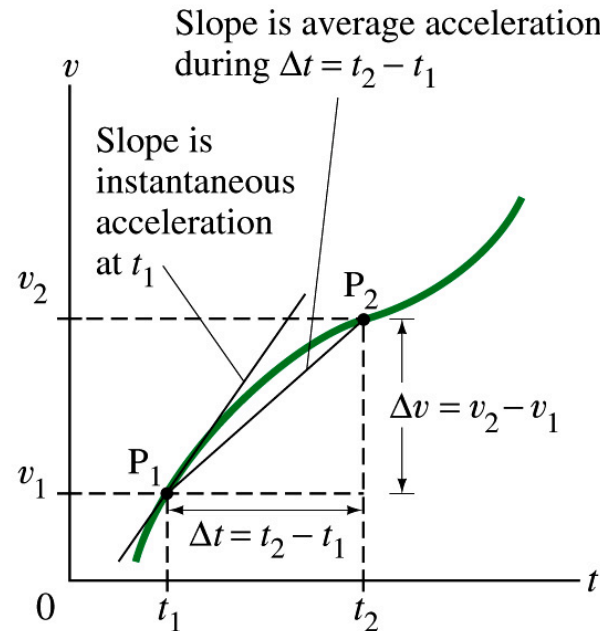
- Mouvement d'un point matériel se déplaçant en ligne droite avec une accélération constante

$$a(t) \equiv \frac{dv(t)}{dt} = a_0 = \text{constante}$$



- On cherche  $x(t)$
- Solution :
  - $v(t) = a_0 t + v_0$ , où  $v_0 = v(0) = \text{vitesse initiale}$
  - $x(t) = a_0 t^2/2 + v_0 t + x_0$ , où  $x_0 = x(0) = \text{position initiale}$
- On vérifie la solution (quels que soient  $v_0$  et  $x_0$ ) en calculant la dérivée seconde de  $x(t)$ .
- Cas particulier :  $a_0 = 0 \rightarrow$  mouvement rectiligne uniforme

# Vitesse de la particule en fonction du temps



Grphe de la vitesse  $v$  de la particule en fonction du temps  $t$ .  
L'accélération moyenne durant l'intervalle de temps  $\Delta t = t_2 - t_1$   
est la pente de la droite passant par  $P_1$  et  $P_2$  :

$$\bar{a} = \Delta v / \Delta t$$

L'accélération instantanée au temps  $t_1$   
est la pente de la courbe ( $v$  vs.  $t$ ) à cet instant.

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta v / \Delta t = dv / dt$$

## Equation différentielle: première sensibilisation

- Nous allons « intégrer » l'équation du mouvement rectiligne uniformément accéléré :

$$\ddot{x} \equiv \frac{d^2x}{dt^2} = a_0$$

équation différentielle pour la fonction inconnue  $x(t)$

- Cherchons  $v(t)$  et  $x(t)$  avec les conditions  $v(0)=0$  et  $x(0)=0$

- On écrit (avec un abus de notation) :

$$v = dx/dt \Rightarrow dx = v dt$$

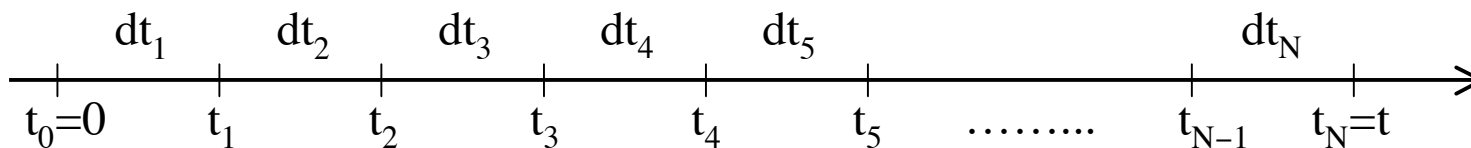
$$a = dv/dt \Rightarrow dv = a dt$$

«  $dt$  » = intervalle de temps très petit,

«  $dx$  » = variation de  $x$  pendant  $dt$

«  $dv$  » = variation de  $v$  pendant  $dt$

- On divise l'intervalle de temps de 0 à  $t$  en  $N$  parties égales telles que  $dt_i = t/N = dt$  délimitant les temps  $t_i = i dt$  :



## Equ. diff. : première sensibilisation (suite)

- Variation de  $v$  dans l'intervalle  $dt_i$ :  $dv_i = a_0 dt_i$

limite  $N \rightarrow \infty$

$$v(t) = \sum_{i=1}^N dv_i = \sum_{i=1}^N a_0 dt_i = a_0 \sum_{i=1}^N dt_i = a_0 t$$
$$v(t) = \int_0^t dv' = \int_0^t a_0 dt' = a_0 \int_0^t dt' = a_0 t$$

- Variation de  $x$  dans l'intervalle  $dt_i$ :  $dx_i = v(t_i) dt_i = a_0 t_i dt_i$

limite  $N \rightarrow \infty$

$$x(t) = \sum_{i=1}^N dx_i = \sum_{i=1}^N a_0 t_i dt_i = a_0 \sum_{i=1}^N i (dt_i)^2 = a_0 (dt)^2 \sum_{i=1}^N i$$
$$= a_0 \left(\frac{t}{N}\right)^2 \frac{N(N+1)}{2} = a_0 \frac{t^2}{2} \frac{N+1}{N}$$
$$x(t) = \int_0^t dx' = \int_0^t a_0 t' dt' = a_0 \int_0^t t' dt' = a_0 \frac{t^2}{2}$$