Introduction à l'Astrophysique

Série 4: Corrigé

Laboratoire d'Astrophysique http://lastro.epfl.ch
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
Semestre de printemps 2011

Exercice 1 : Systèmes de coordonnées

De la trigonométrie sphérique, on a pour un triangle de côtés a, b et c :

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos \alpha. \tag{1}$$

Identifions les côtés $a = z$, $b = 90° - \phi$, $c = 90° - \delta$ et l'angle $\alpha = t$. Nous obtenons :

$$\cos z = \cos(90° - \phi)\cos(90° - \delta) + \sin(90° - \phi)\sin(90° - \delta)\cos t. \tag{2}$$

Nous savons que $\cos(90° - x) = \sin x$ et $\sin(90° - x) = \cos x$. L'équation ci-dessus devient alors :

$$\cos z = \sin\phi \sin\delta + \cos\phi \cos\delta \cos t. \tag{3}$$

Pour le deuxième cas, la démarche est pareille, avec cette fois-ci $a = 90° - \delta$, $b = z$, $c = 90° - \phi$ et $\alpha = 180° - A$. Nous obtenons :

$$\sin\delta = \cos z \sin\phi - \sin z \cos\phi \cos A. \tag{4}$$

Exercice 2 : Lever de Soleil

Reprenons l'équation (3). La distance zénithale lorsque le Soleil commence à se lever est de $90°$ donc $\cos z = 0$. Cela donne :

$$\cos t_{\odot} = -\tan\phi \tan\delta_{\odot}. \tag{5}$$

Le jour le plus long de l'année a lieu au solstice d'été (le 21 juin), c'est-à-dire lorsque la déclinaison du Soleil est maximale et vaut $\delta_{\odot} = +23°27' = 23.45°$. La latitude géographique de Lausanne est $\phi = 46.53°$. Donc $\cos t_{\odot} = -0.458$, soit un angle horaire $t_{\odot} = -117.23° = -07\text{h}\,49\text{m}$. Comme à midi $t_{\odot} =$ 00h00, le Soleil se lève à $04\text{h}\,11\text{m}$ à Lausanne.

Ce jour-là, le Soleil se couche à $t_{\odot} = 117.23° = 07\text{h}\,49\text{m}$, c'est-à-dire à $19\text{h}\,49\text{m}$. Donc la journée dure $15\text{h}\,38\text{m}$.

Exercice 3 : Lever et coucher d'Arcturus

Comme pour l'exercice précédent, nous savons qu'au lever et au coucher de l'astre, nous avons $z = 90°$. Nous reprenons donc l'équation (5), et avec les valeurs $\delta_{\text{Arc}} = 19°10'56'' = 19.18°$ et $\phi = 46.53°$, nous obtenons

$$\cos t = -0.367 \qquad \Rightarrow \qquad t = \pm 111.53° = \pm 07\text{h}26\text{m} \tag{6}$$

avec le signe plus pour le coucher et le signe moins pour le lever d'Arcturus. L'heure sidérale $TS = \alpha + t$, et $\alpha = 14\text{h}\,15\,\text{m}\,39.7\,\text{s}$. Ainsi $TS_{\text{lever}} = 6\text{h}49\text{m}$ et $TS_{\text{coucher}} = 21\text{h}41\text{m}$. Arcturus reste au-dessus de l'horizon durant une période de 14h52m.
Pour calculer l'azimut A, nous devons utiliser l'équation (4). Le lever et le coucher d'Acturus correspondent à une distance zénithale $z = 90°$, donc :

$$\cos A = -\frac{\sin \delta_{\text{Arc}}}{\cos \phi} = -0.478 \tag{7}$$

Finalement l'azimut $A = \pm 118.53°$, le signe moins pour le lever et le signe plus pour le coucher.