# Série 1
# Traitement Quantique de l'Information

**Exercice 1** *Expérience de Young*

Le but de cet exercice est de calculer la forme de l'intensité des franges d'interférence dans l'expérience de Young. Rappelons le schéma expérimental. Une onde (lumineuse) monochromatique de longueur d'onde $\lambda$ et de fréquence $\nu$ est envoyée à travers une premiere fente (de dimension beaucoup plus petite que la longueur d'onde) ce qui produit une source ponctuelle de lumiṙe cohérente. Cette étape sert à préparer une source de lumière coh'erente et peut à partir de maintenant être "oubliée".

Ensuite l'onde passe à travers deux fentes separées d'une distance $d$ (et de dimensions beaucoup plus petite que la longueur d'onde). On supposera que chacune de ces deux fentes produit des ondes spheriques. Si $\vec{r}_1$ et $\vec{r}_2$ sont les positions des fentes les amplitudes des ondes sphériques au point $\vec{r}$ sont

$$\phi_1(\vec{r}) = A\frac{e^{i(k|\vec{r}-\vec{r}_1|-\omega t)}}{|\vec{r}-\vec{r}_1|}, \qquad \phi_1(\vec{r}) = A\frac{e^{i(k|\vec{r}-\vec{r}_2|-\omega t)}}{|\vec{r}-\vec{r}_2|}$$

Ici $k = 2\pi/\lambda$ et $\omega = 2\pi\nu$.

On place un écran plan et parrallèle aux deux fentes de Young, à distance $D >> d$ et on mesure sur lécran l'intensité lumineuse. On rappelle que celle-ci est égale au module au carré de son amplitude.

1. On vous demande de calculer l'intensité lumineuse recu sur un point $P$ de l'écran. Montrez qu'elle est approximativement égale à
$$\frac{4A^2}{D^2}\cos^2(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta)$$
ou $\theta$ est l'angle entre l'axe perpendiculaire aux fgentes et à lécran et les vecteurs $\vec{r}_P - \vec{r}_1$ ou $\vec{r}_P - \vec{r}_2$. Utilisez une approximation pour $D >> d$.

2. Discutez la condition sur $\theta$ qui donne les maximas et les minimas de l'imtensité. Quelle est la forme des franges d'interférences observées sur l'écran ?

3. Introduire une variable radiale $\rho$ qui mesure la distance au centre de lécran. calculez la distance entre deux maxima sucessifs observés sur lécran. Application : soit $d = 0.250$ mm, $D = 10$ m et longuer d'onde $\lambda = 652$ nm (lumiere rouge). Quelle est la fréquence correpondante (en Hz) ? Quelle est distance entre deux maximas des franges de Young ?

**Exercice 2** *Condition de quantification de Bohr*

Nous avons vu que De Broglie (1924) postula que l'onde, associée à électron sur une "orbite" circulaire de rayon $R$ avec le noyau comme centre, est stationnaire. La condition de stationarité de l'onde impose $n\lambda = 2\pi R$, où $\lambda$ est la longeur d'onde de De Broglie de l'electron. A partir de cette hypothèse il retrouva la formule

$$E_n = -\frac{Ry}{n^2}, \qquad n \geq 1$$

où la constante de Rydberg vaut $Ry \approx 13,6$ eV.

En fait cete formule avait était connue de Bohr en 1910. Bohr proposa le modèle suivant pour l'atome (disons d'Hydrogène) :

(i) Les orbites sont circulaires et satisfont aux lois de la mécanique classique.

(ii) Les électrons se situent sur certaines orbites permises.

(iii) Les orbites permises doivent satisfaire à la condition de quantification $\oint pdq = nh$ Ici l'intégrale est prise le long de l'orbite électronique ($p$ l'impulsion et $q$ la position)

Dérivez la formule des niveaux d'énergie à partir de ces trois conditions. Indications : les calculs sont similaires à ceux fait au cours.

*Remarque* : La condition (iii) s'appelle condition de quantification semi-classique. Ce type de condition joua un grand role avant l'avènement de l'équation de Schroedinger. Les approches approximatives dites semi-classiques jouent un role fondamental dans les traitements de certains systèmes quantiques.

**Exercice 3** *Effet photoélectrique*

La longuer d'onde maximum pour éjecter un photoélectron du tungstène est de 230 nm (ultraviolets). Quelle est la longueur d'onde de la lumière qu'il faut utiliser pour éjecter des électrons d'énergie cinétique d'environ 1.5 eV ? Quelle est la vitesse de ces électrons ?

**Exercice 4** *Expériences de Young modernes*

L'expérience de Young a eté réalisée avec des molécules de Carbone 60, le C60 en 1999. Etonnament celles-ci se comporteent comme des ondes à condition qu'elle soit relativement bien isolées de leur environnement. Notez que des expériences très récentes mettent en évidence un comportement ondulatoire pour des molécules contenant jusquà 400 à 1000 atomes.

Ces molécules contiennent 60 atomes de carbone arrangés de maniŕe sphérique sur les sommets de 12 pentagones et 20 hexagones (voir ballon de football). Elles font partie d'une large classe de molécules constituées de Carbone et découvertes en 1985 (prix nobel de chimie 1996). Le diamètre de la molecule de C60 est d'environ 0.7 nm, leur masse molaire 12 g/mol pour une mole contenant $N_A = 6.022 \times 10^{23}$ atomes.

1. Calculez la longueur d'onde de De Broglie des molécules sortant d'un four avec une vitesse moyenne d'environ 220 m/s. Comaprez avec la taille de la molécule !

2. On effectue une expérience de Young avec des fentes séparées par une distance $d = 100\ nm$ et un écran situé à une distance $D = 1.25$ m. En supposant que le comportement des molécule est ondulatoire, que devrait-on observer sur l'écran ?

3. Un ballon de foot pèse environ 450 g et la vitesse initiale lors d'un tir professionel peut atteindre 100 km/h. Calculez la longueur d'onde de De Broglie. Connaissez vous un système physique aussi petit ?

**Quelques constantes utiles.**
$c = 2.997 \times 10^8 m/s$ (vitessed de la lumiere)
$\hbar = h/2\pi = 1.054 \times 10^{-34} J.s$ (constante de Planck divisée par $2\pi$)
$m = 9.109 \times 10^{-31} kg$ (masse de lélectron)
$1eV = 1.60217657 \times 10^{-19} J$