
Série 12
Traitement quantique de l'information II

Exercice 1 *Code de Steane*

Le code de Steane est un code CSS(C_1, C_2) avec $C_1 = \text{Hamming}(7, 4)$ and $C_2 = C_1^\perp$.

- (a) Donnez les matrices de parité de C_1 et generatrices de C_2 . En deduire que $C_2 \subset C_1$. Combien d'erreurs sont corrigées par C_1 et C_2^\perp ?
- (b) Quels sont les paramètres du code de Steane (longueur, dimension, nombre d'erreurs corrigées) ?
- (c) Construisez les mots de codes de CSS(C_1, C_2). Indication : vous devriez trouver que les mots sont l'ensemble des états $\alpha |0\rangle_{\text{Steane}} + \beta |1\rangle_{\text{Steane}}$ avec

$$|0\rangle_{\text{Steane}} = \frac{1}{\sqrt{8}} \left\{ |0000000\rangle + |1001101\rangle + |0101011\rangle + |0010111\rangle + |0111100\rangle + |1011010\rangle + |1100110\rangle + |1110001\rangle \right\}$$

et

$$|1\rangle_{\text{Steane}} = \frac{1}{\sqrt{8}} \left\{ |1111111\rangle + |0110010\rangle + |1010100\rangle + |1101000\rangle + |1000011\rangle + |0100101\rangle + |0011001\rangle + |0001110\rangle \right\}.$$