TRAITEMENT QUANTIQUE DE L'INFORMATION II : série 3 (12 mars 2010)

Exercice 1 : vérifications pour bonne compréhension si besoin est.

a) On adopte la notation $|b\rangle$, $|c\rangle$ pour les états de la base canonique (c.a.d que $b = 0, 1$ et $c = 0, 1$) $|0\rangle$, $|1\rangle$. Vérifiez

$$H|b\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + (-1)^b|1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}\sum_{c=0}^{1}(-1)^{bc}|c\rangle$$

et vérifiez pour $n = 2$ et 3

$$H^{\otimes n}|0_n\rangle = \frac{1}{2^{\frac{n}{2}}}\sum_{(b_1...b_n)\in\mathbb{F}_2^n}|b_1, ..., b_n\rangle$$

$$H^{\otimes n}|b_1, ..., b_n\rangle = \frac{1}{2^{\frac{n}{2}}}\sum_{(c_1...c_n)\in\mathbb{F}_2^n}(-1)^{\sum_{i=1}^n b_i c_i}|c_1, ..., c_n\rangle$$

et ensuite le cas général.

b) Détaillez les algorithmes de Deutsch-Josza (cours) et Bernstein-Vazirani (série 2) pour $n = 2$. Reprendre le cas général.

Exercice 2 : algorithme de Simon.

Détaillez les calculs du cours dans l'algorithme de Simon pour $n = 2$ et le sous-espace vectoriel de dimension 1

$$H = \{(0, 0); (1, 0)\}$$

"caché" dans le "carré binaire"

$$\mathbb{F}_2^2 = \{(0, 0); (0, 1); (1, 0); (1, 1)\}$$

En d'autre termes on dispose d'un Oracle qui retourne deux valeurs distinctes pour une fonction $f : \mathbb{F}_2^2 \to X$ (ou X possède deux éléments) telle que $f(x_1, x_2) = f(y_1, y_2)$ si et seulement si $(x_1, x_2) = (y_1, y_2)$ ou $(x_1, x_2) - (y_1, y_2) = (1, 0)$. Le but est de trouver le vecteur $(1, 0)$ (c'est le vecteur de base du sous-espace caché H).

Exercice 3 : Réalization physique des portes NOT et Hadamard.

Si vous ne l'avez pas fini, continuez l'exercice no 2 de la série no 2 (important).