

Série 11
Traitement Quantique de l'Information II

1 Exercice 1

On considère un système S couplé à un environnement \mathcal{E} . L'espace de Hilbert total est $\mathcal{H}_s \otimes \mathcal{H}_{\mathcal{E}}$, où \mathcal{H}_s et $\mathcal{H}_{\mathcal{E}}$ sont deux copies de \mathbb{C}^2 . On suppose que l'environnement est initialement dans l'état pur $|0\rangle$ et que le système S est dans un état mixte quelconque ρ_s . Calculer la matrice densité du système S après évolution du système total $S \cup \mathcal{E}$ pour les deux opérateurs d'évolution

a) $U = |0\rangle\langle 0| \otimes I + |1\rangle\langle 1| \otimes X$

b) $U = \frac{X}{\sqrt{2}} \otimes I + \frac{Y}{\sqrt{2}} \otimes X$

où X et Y sont les deux matrices de Pauli.

c) Vérifiez que le résultat obtenu satisfait bien aux propriétés générales des "applications complètement positives".

2 Exercice 2

Considérez les canaux bit-flip; phase-flip; bit & phase flip et dépolarisant vus au cours et donner la représentation de l'application complètement positive en terme de la sphère de Bloch.

3 Code de Steane

On étudie la construction CSS pour $C_1 =$ le code de Hamming (7,4,3) et $C_2 = C_1^\perp$.

a) Donnez les matrices de parité de C_1 et génératrice de C_2 . En déduire que $C_2 \subset C_1$. Combien d'erreurs sont corrigées par C_1 et C_2^\perp ?

b) Donnez les paramètres du code CSS (C_2, C_1) et construisez les mots de code.