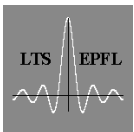
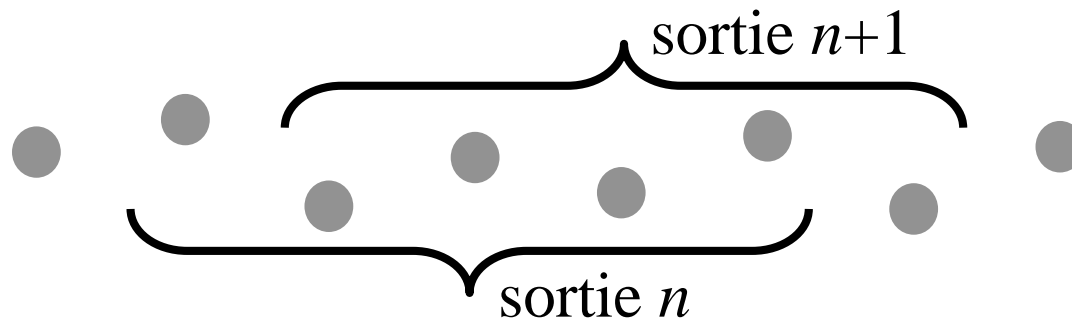


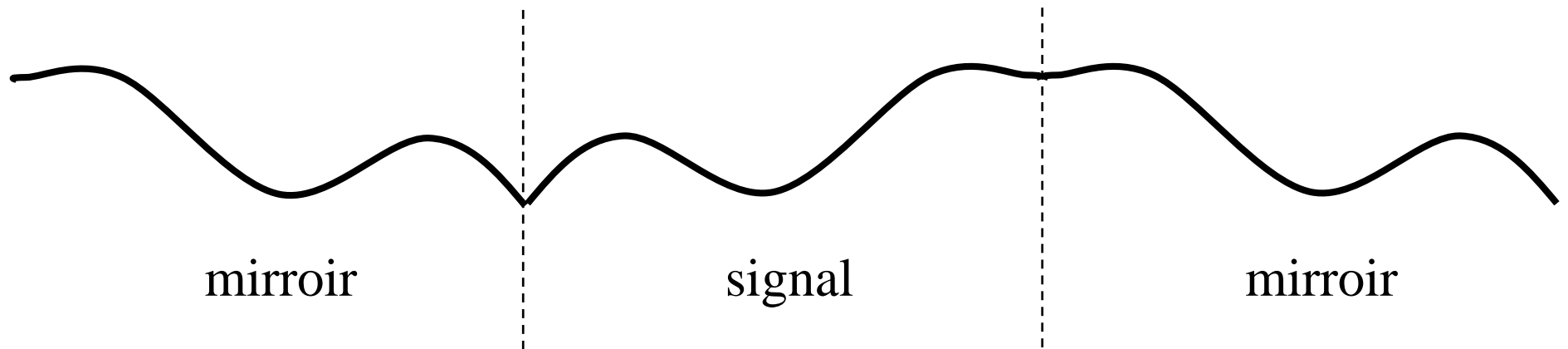
- Dans ce chapitre nous allons explorer quelques techniques qui permettent de filtrer des signaux particuliers avec de meilleurs résultats que les filtres linéaires présentés avant.
- Ces techniques sont non linéaires, au sens où, si on filtre deux signaux séparément et qu'on somme les résultats, on n'obtient pas la même chose qu'en filtrant la somme des deux signaux.
- Mais notons que ces techniques ne sont utiles que dans des contextes particuliers, et que les filtres linéaires sont majoritairement plus utiles.



- Dans ce qui suit, on utilise de nouveau la notion de fenêtre glissante. On considère un segment de signal de longueur $2L+1$ (donc impaire) centré sur l'échantillon n , on calcule une valeur de sortie à partir des échantillons du segment, et on attribue cette valeur à l'échantillon n de la sortie. On glisse la fenêtre en $n+1$ et on recommence.

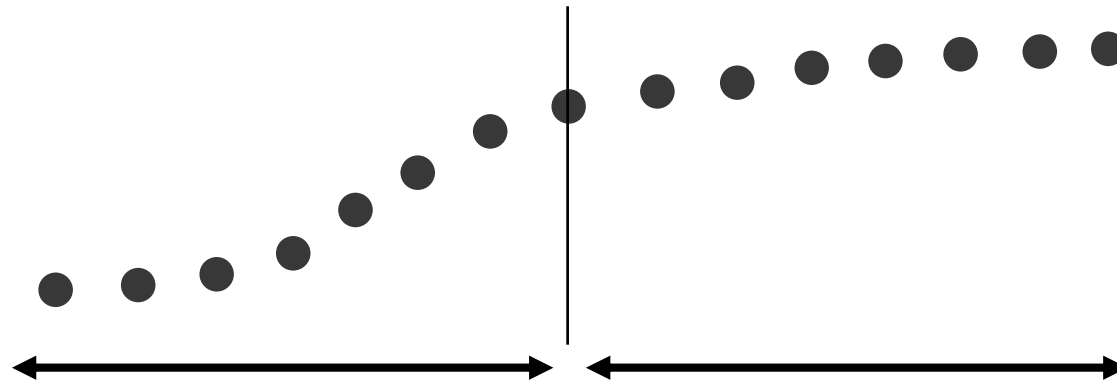


- Il y a problème en début et en fin de signal car il manque des échantillons pour compléter la fenêtre. Une combine simple: créer un signal plus long de chaque côté en rajoutant des « signaux miroirs »:



- On traite le signal allongé, et on ne garde de la sortie que la partie correspondant au signal originel.
- L'idée est que près des jonctions, les échantillons rajoutés dans les miroirs et qui complètent les fenêtre, sont au moins semblables aux vrais échantillons.
- Cette combine peut d'ailleurs s'utiliser avec un filtrage linéaire pour atténuer le transitoire.

- Rappelons tout d'abord brièvement ce qu'est la médiane. On prend les $2L+1$ échantillons de la fenêtre centrée en n , donc $x_{n-L}, \dots, x_n, \dots, x_{n+L}$. On les classe par valeurs croissantes:

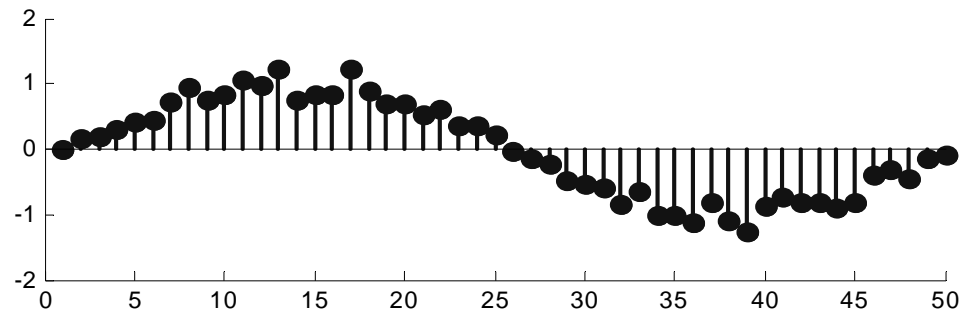


- La médiane est la valeur centrale, à la position $L+1$, du classement.

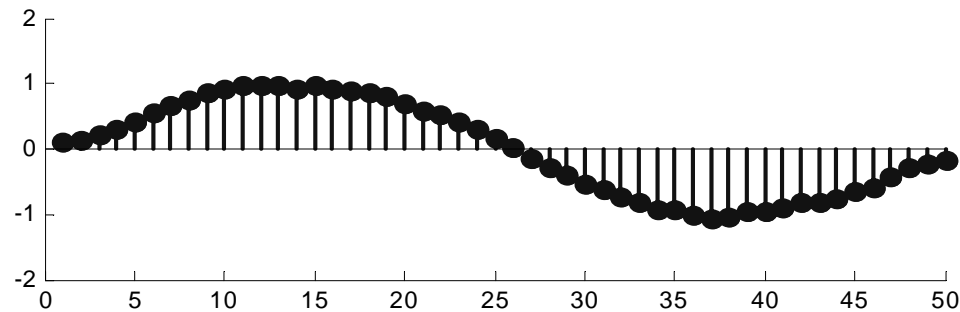
- Nous avons vu dans le chapitre sur le filtrage qu'un filtre moyenneur (ou mieux, passe-bas bien sélectionné) permet de supprimer les fluctuations rapides éventuellement gênantes dans un signal.
- De plus, si la réponse impulsionnelle du filtre est de longueur $2L+1$ on peut compenser le retard de L échantillons introduit par le filtre.

- Sinusoïde avec du bruit blanc gaussien – filtrage avec filtre moyenneur de longueur 5.

signal

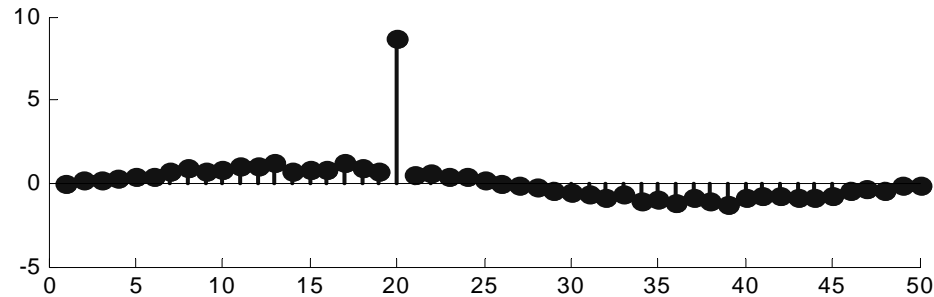


signal filtré

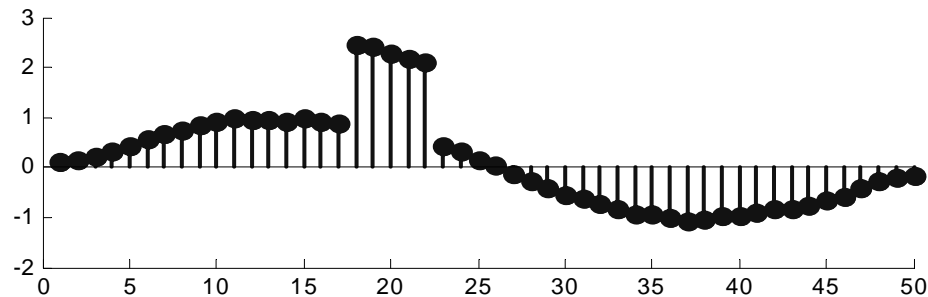


- Mais un filtrage linéaire ne performe pas très bien en cas de bruit *impulsif* (typiquement valeurs aberrantes).

signal

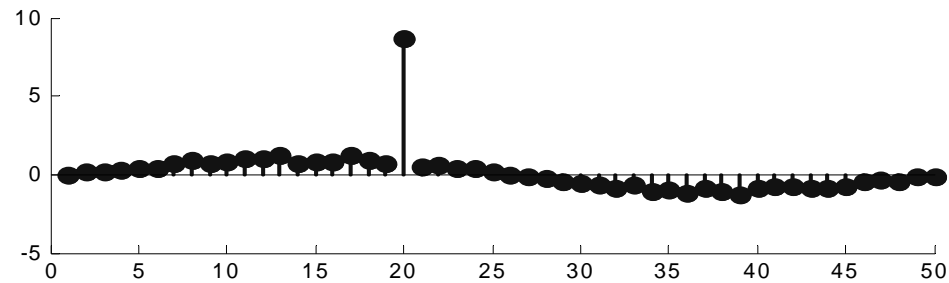


signal filtré

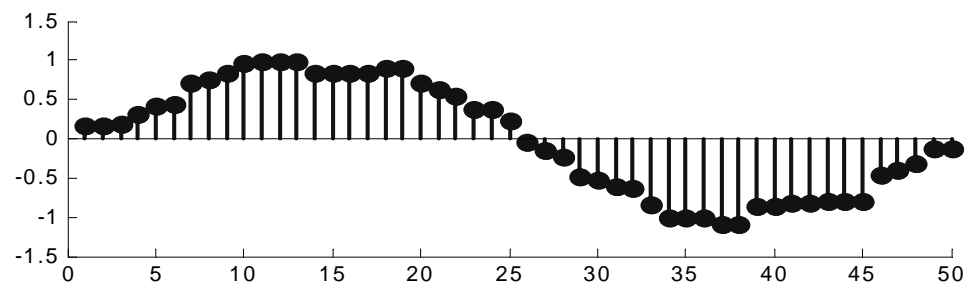


- Au lieu de prendre la valeur moyenne dans la fenêtre, on peut prendre la valeur médiane. Ainsi les valeurs aberrantes sont toujours rejetées (fenêtre de longueur 5).

signal

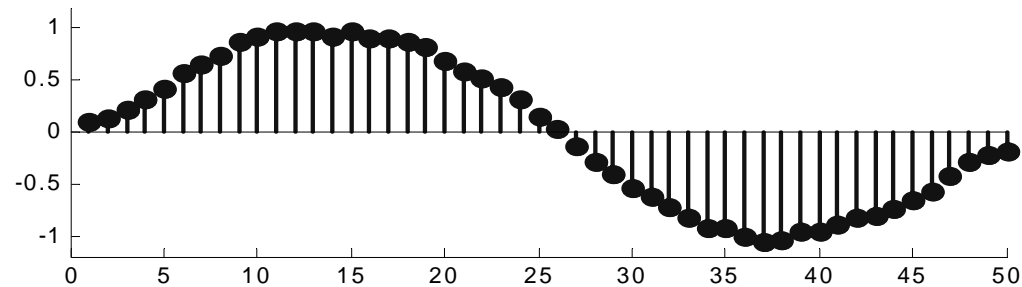


signal filtré

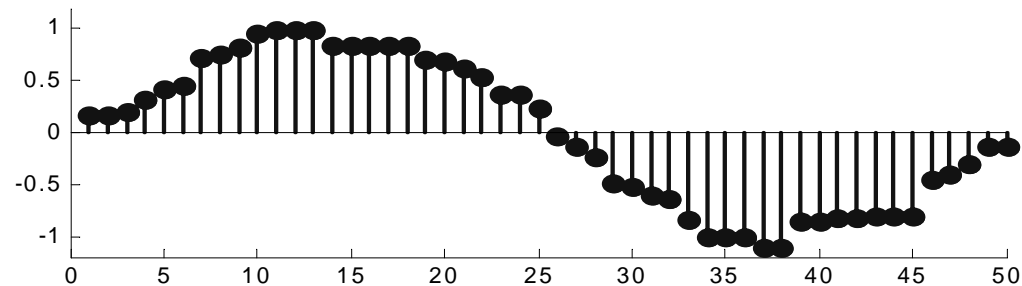


- Notez que, s'il n'y a pas de bruit impulsif, le filtrage linéaire (moyenneur) marche mieux.

filtre linéaire

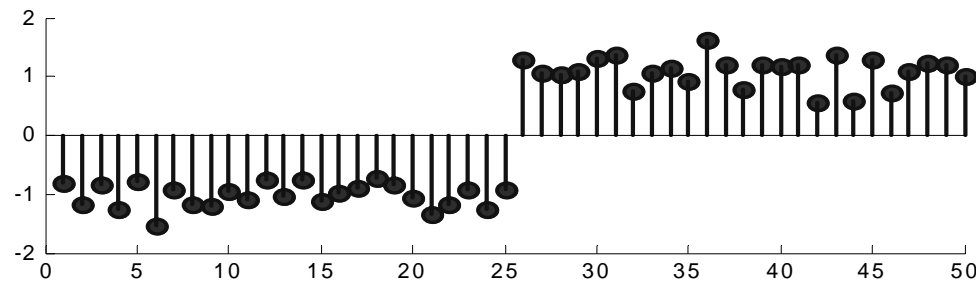


filtre médian

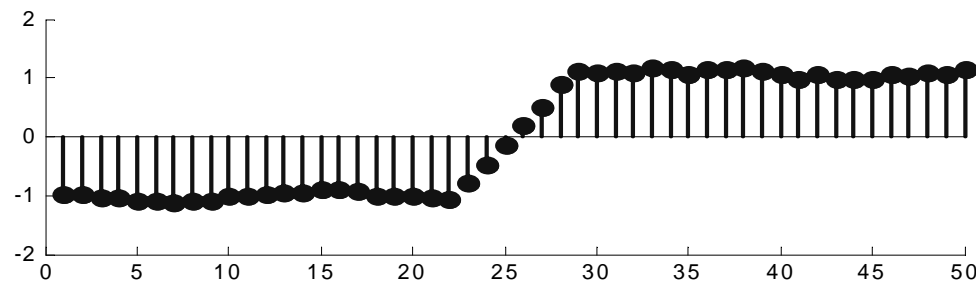


- De même, le filtrage linéaire marche mal si on a un saut qu'on veut conserver ou caractériser. Ce saut est adouci (car correspond à de hautes fréquences).

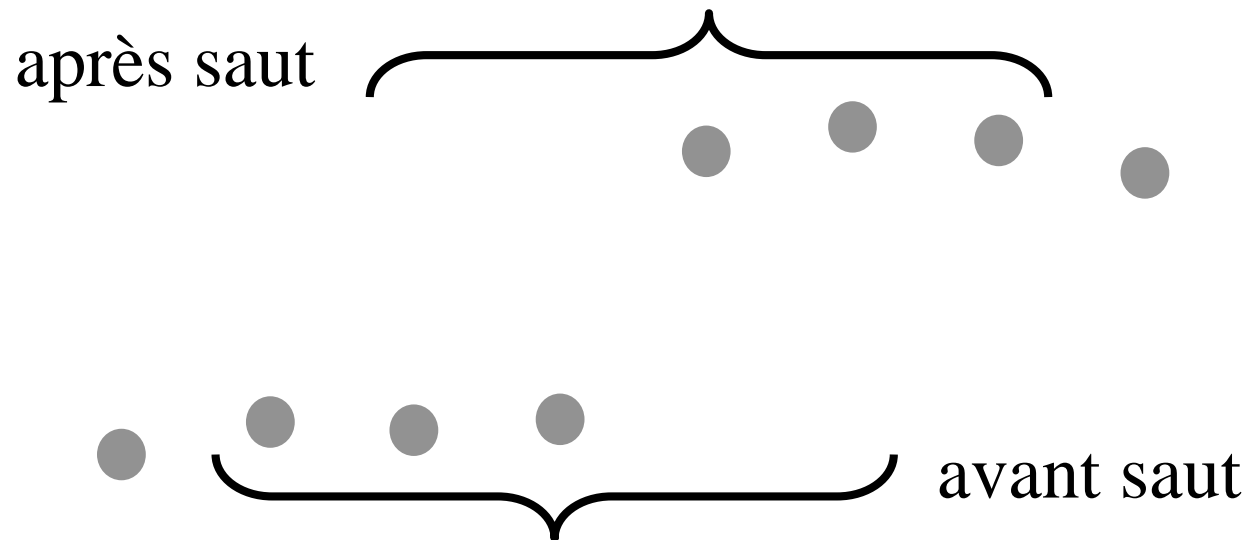
signal



signal filtré

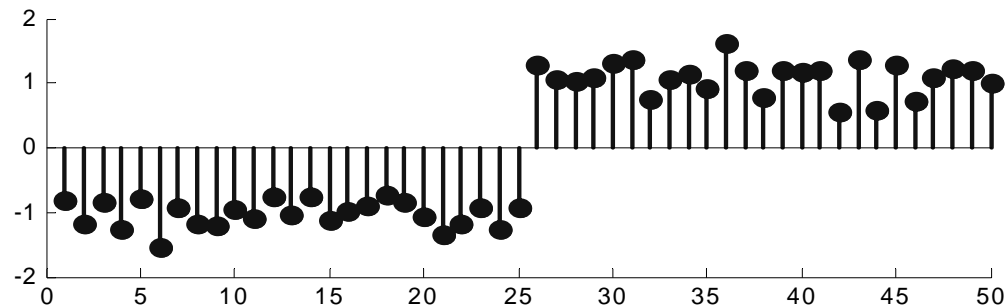


- Là encore, le filtrage médian marche mieux.
- Avant le saut, la majorité des échantillons dans la fenêtre ont des valeurs basses. La médiane est donc une valeur basse. Pareil après le saut.

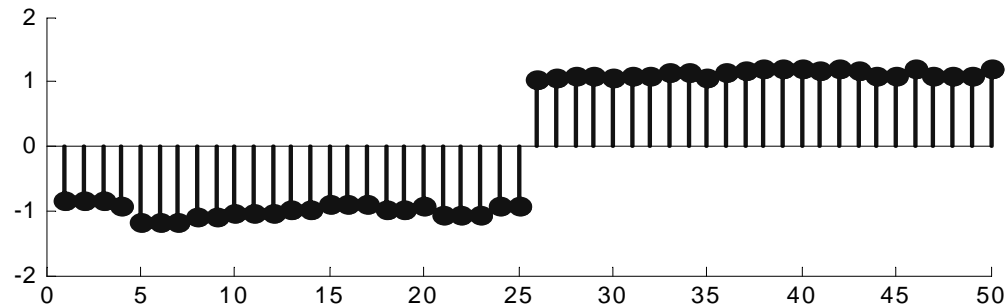


- Filtre médian (fenêtre de longueur 7)

signal

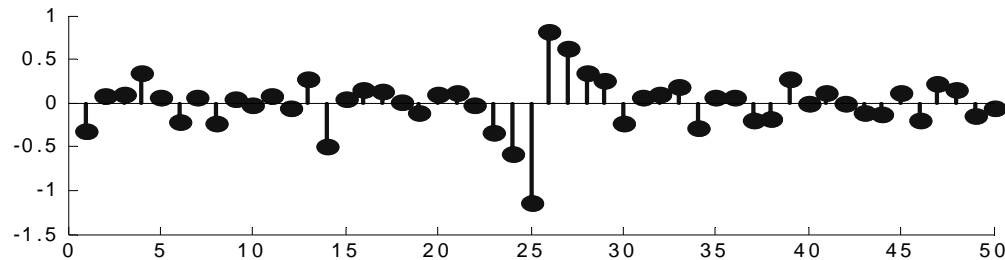


signal filtré

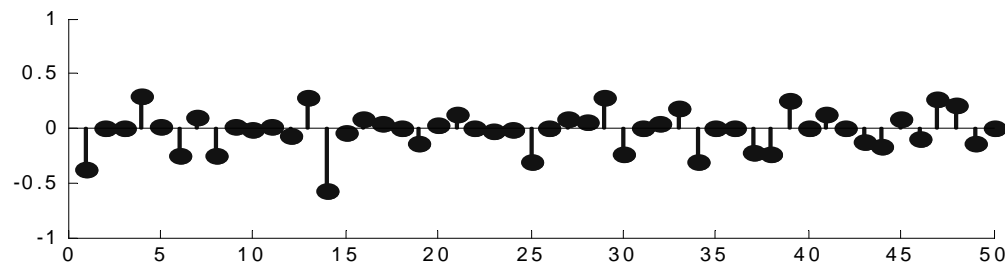


- On peut aussi soustraire la sortie du filtrage au signal originel pour supprimer le saut. Bien sûr, ça marche mieux avec le filtrage médian.

différence
filtre linéaire

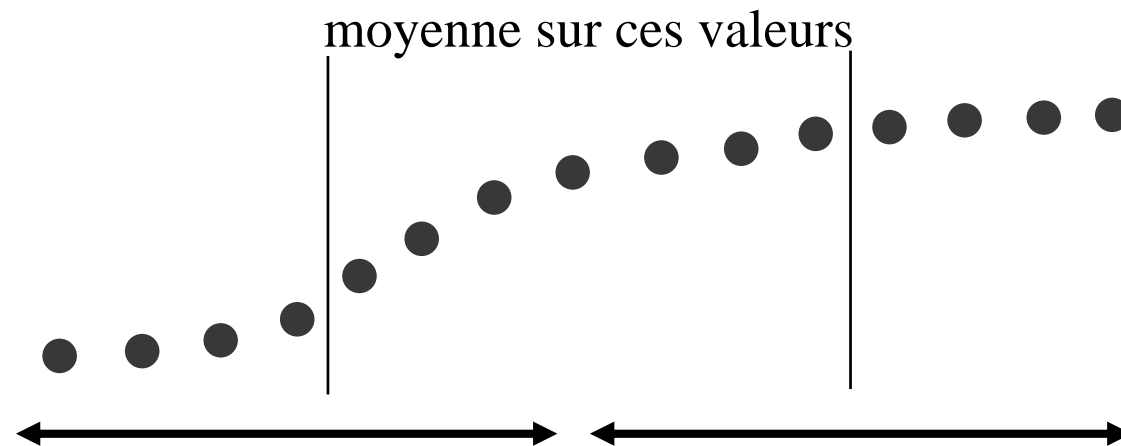


différence
filtre médian



- L'idée (et le nom) dce filtrage vient de la technique dite M-estimation, une approche robuste d'estimation.
- Le principe de base consiste à mettre ensemble moyenne et médiane de façon à conjuguer les avantages respectifs:
 - meilleure réponse au bruit impulsif de la médiane.
 - meilleure suppression de bruit non impulsif de la moyenne.

- De nouveau, on prend les $2L+1$ échantillons de la fenêtre centrée en n , donc $x_{n-L}, \dots, x_n, \dots, x_{n+L}$. On les classe par valeurs croissantes:

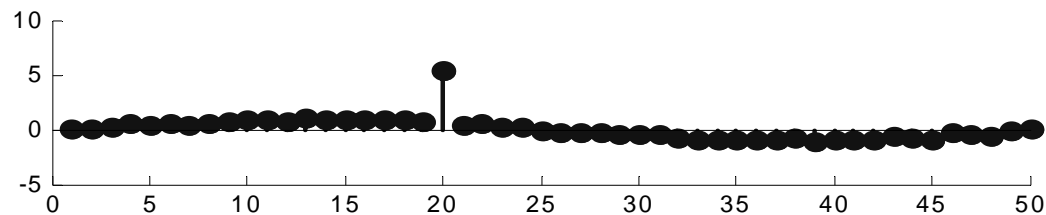


- Mais on calcule la moyenne des valeurs au centre dans un intervalle de longueur $2K+1$, avec $K < L$.

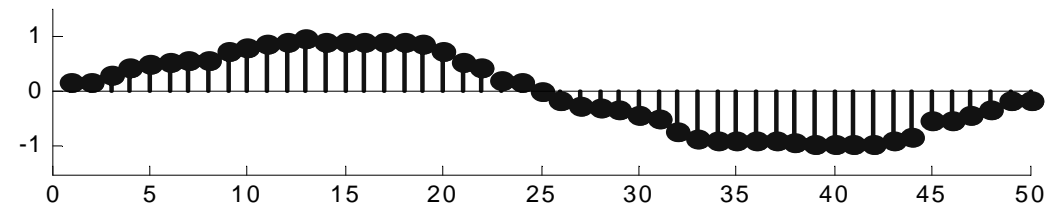
- Le principe est simple: si on a des échantillons avec des valeurs aberrantes, ce seront très probablement les plus grandes ou plus petites valeurs dans la fenêtre. Ils n'interviendront donc pas dans le calcul de la moyenne.
- Le choix de K reste empirique. Plus K est proche de L , plus on se rapproche du filtre moyennneur, mais on risque plus de calculer une moyenne avec des valeurs aberrantes.

- Sinusoïde avec bruit gaussien et impulsion ($L=3$, $K=2$)

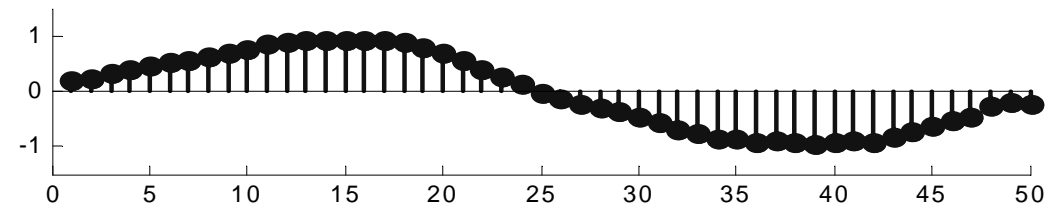
signal



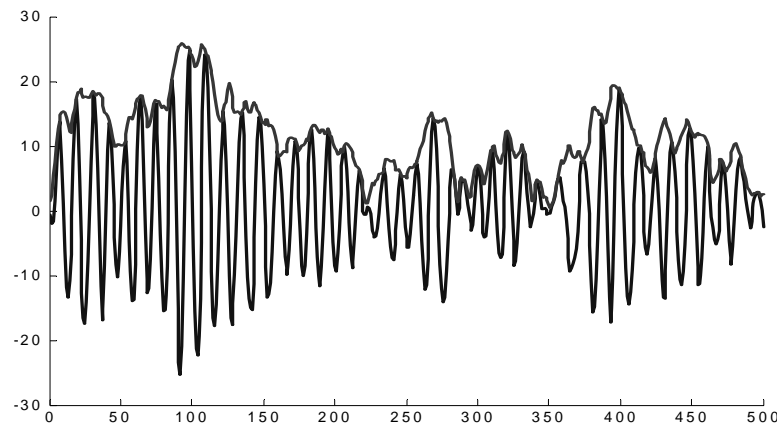
filtre médian



M-filtre

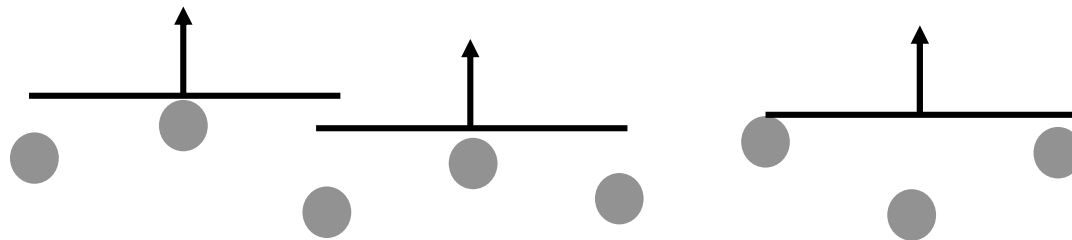


- L'enveloppe d'un signal est le signal qui suit les variations des valeurs supérieures ou inférieures.

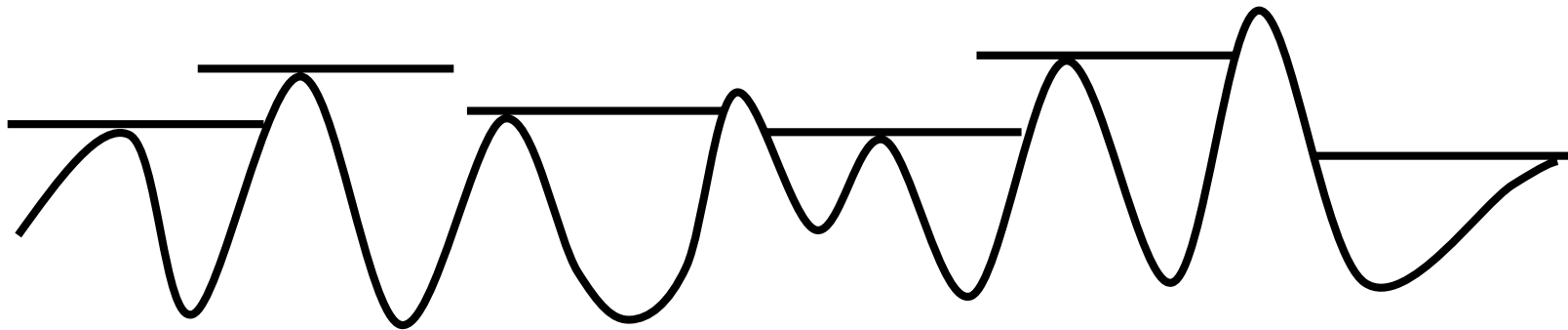


- L'enveloppe donne donc une idée de l'évolution de l'amplitude du signal au cours du temps

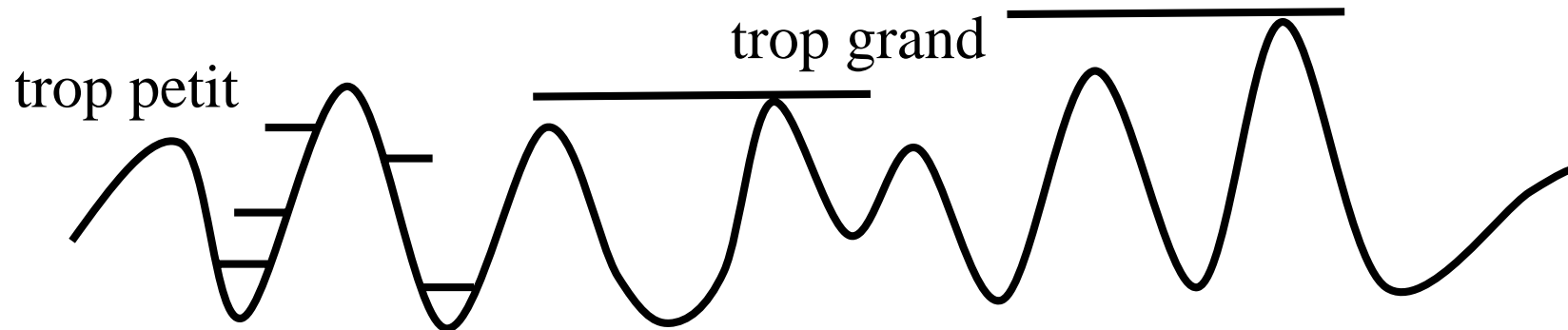
- Pour estimer l'enveloppe supérieure, on prend de nouveau une fenêtre glissante et la valeur de sortie en n (centre de la fenêtre) est la valeur maximale des échantillons dans la fenêtre.
- Pareil pour l'enveloppe inférieure en prenant la valeur minimale.



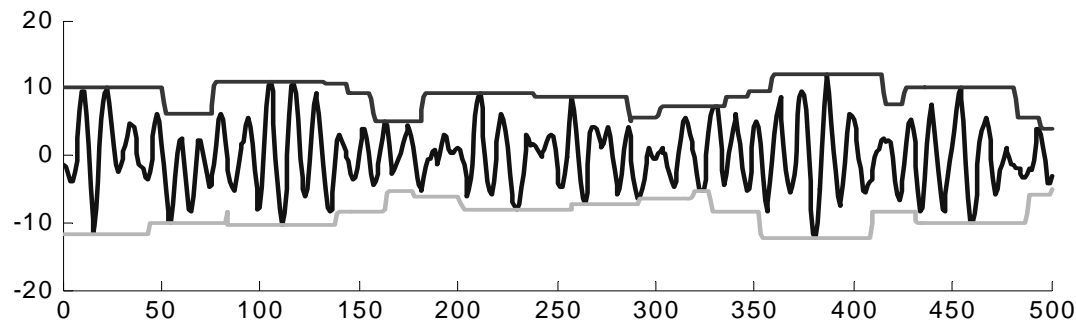
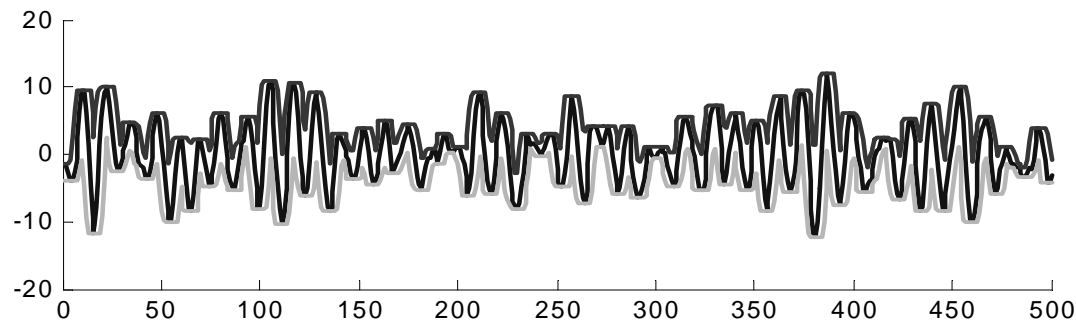
- Intuitivement, on peut voir ça comme le fait de balader un segment horizontal sur le signal



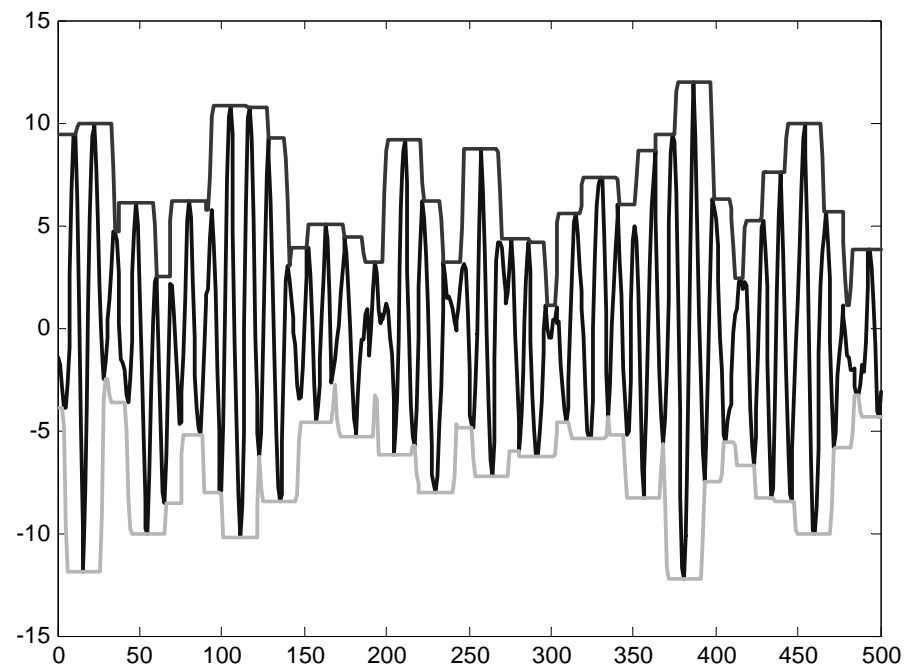
- Mais ce segment doit avoir la bonne taille:



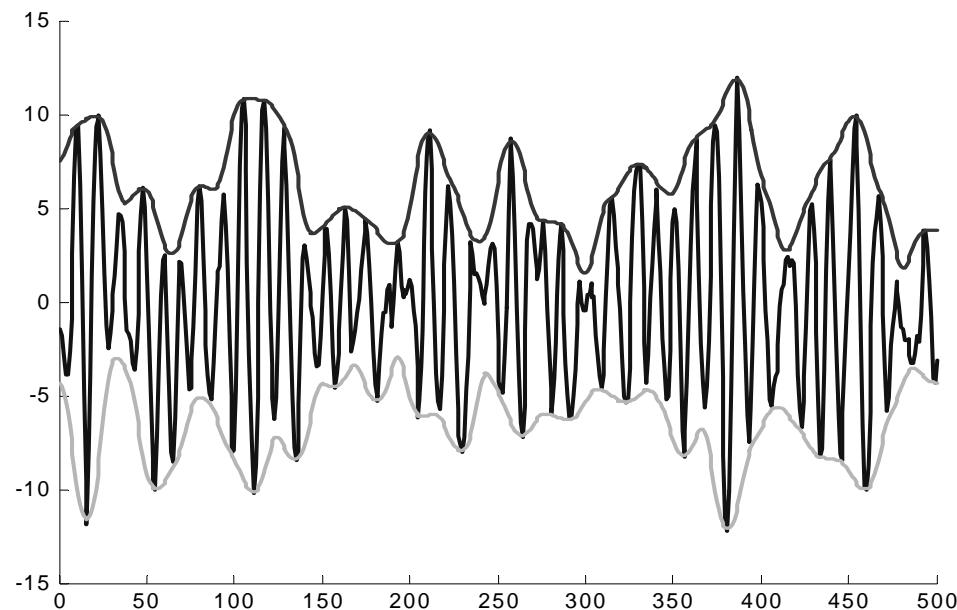
- Trop petit - trop grand



- La bonne taille!

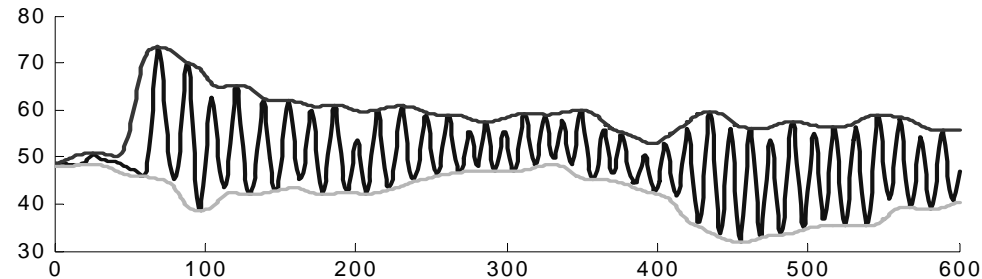


- La dernière opération consiste à filtrer passe-bas (bien sûr avec un filtrage aller-retour pour supprimer les déphasage) pour enlever les discontinuités.

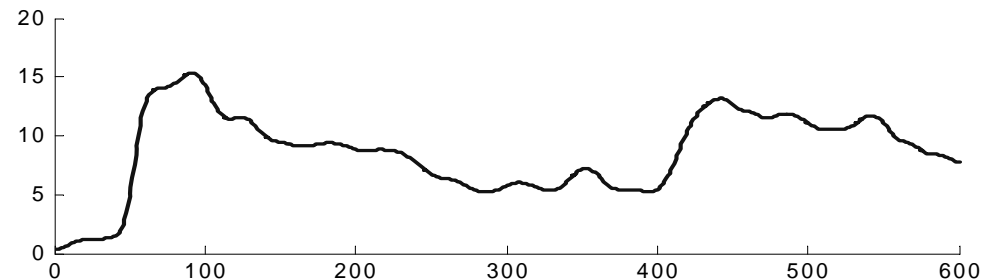


- La demi-différence des enveloppes donne l'amplitude instantanée:

signal et
enveloppes

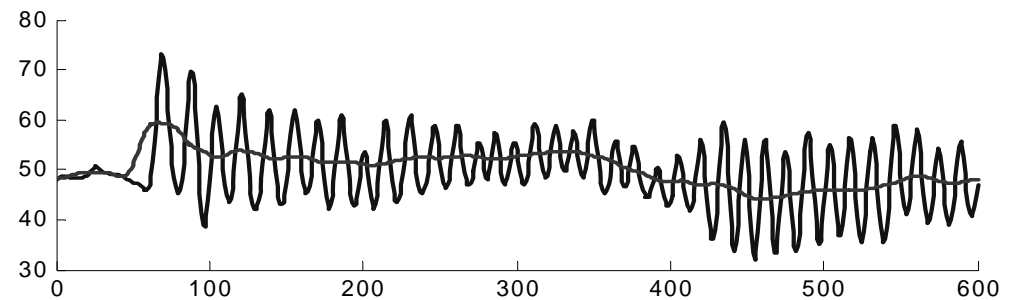


amplitude
instantanée



- La demi-somme des enveloppes donne un signal moyen qu'on peut soustraire du signal original pour enlever la dérive:

signal et demi-somme
des enveloppes



signal après soustraction
de la demi-somme

